Physik: Schwingungen und Wellen

Daniel Kraft

2. März 2013

Schwingungen

Das Federpendel

Die **rücktreibende Kraft** für eine Auslenkung x aus der Ruhelage der Feder ergibt sich nach dem **Hooke'schen Gesetz**:

$$F(x) = -kx$$

Das Federpendel

Die **rücktreibende Kraft** für eine Auslenkung x aus der Ruhelage der Feder ergibt sich nach dem **Hooke'schen Gesetz**:

$$F(x) = -kx$$

Damit ist die Newton'sche Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{x}(t) = F(x) = -kx(t) \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{x}(t) = -\frac{k}{m}x(t) = -\omega^2 x(t),$$

wobei wir $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ gesetzt haben.

Das Federpendel

Die **rücktreibende Kraft** für eine Auslenkung x aus der Ruhelage der Feder ergibt sich nach dem **Hooke'schen Gesetz**:

$$F(x) = -kx$$

Damit ist die Newton'sche Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{x}(t) = F(x) = -kx(t) \quad \Leftrightarrow \quad \ddot{x}(t) = -\frac{k}{m}x(t) = -\omega^2 x(t),$$

wobei wir $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ gesetzt haben.

Definition

Bei einem **harmonischen Oszillator** ist **die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung**.

Lösung der Gleichung

Wir suchen also eine Funktion $x(t)$, so dass für ihre zweite Ableitung gilt:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)$$

Lösung der Gleichung

Wir suchen also eine Funktion $x(t)$, so dass für ihre zweite Ableitung gilt:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)$$

Diese Eigenschaft haben gerade sin und cos, also:

$$x(t) = A \sin(\omega x) + B \cos(\omega x) = A_0 \sin(\omega x + \delta)$$

Lösung der Gleichung

Wir suchen also eine Funktion $x(t)$, so dass für ihre zweite Ableitung gilt:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t)$$

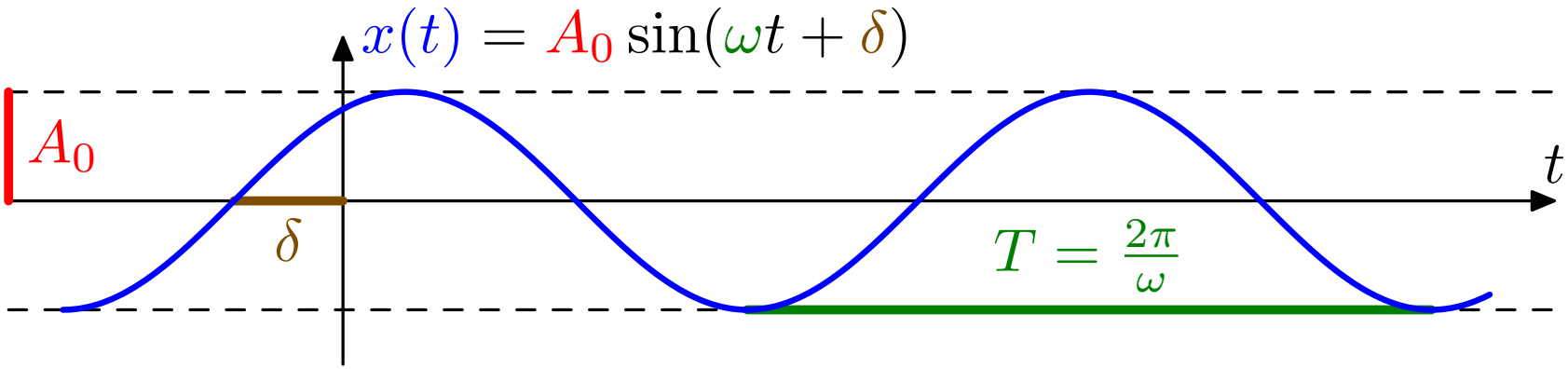
Diese Eigenschaft haben gerade sin und cos, also:

$$x(t) = A \sin(\omega x) + B \cos(\omega x) = A_0 \sin(\omega x + \delta)$$

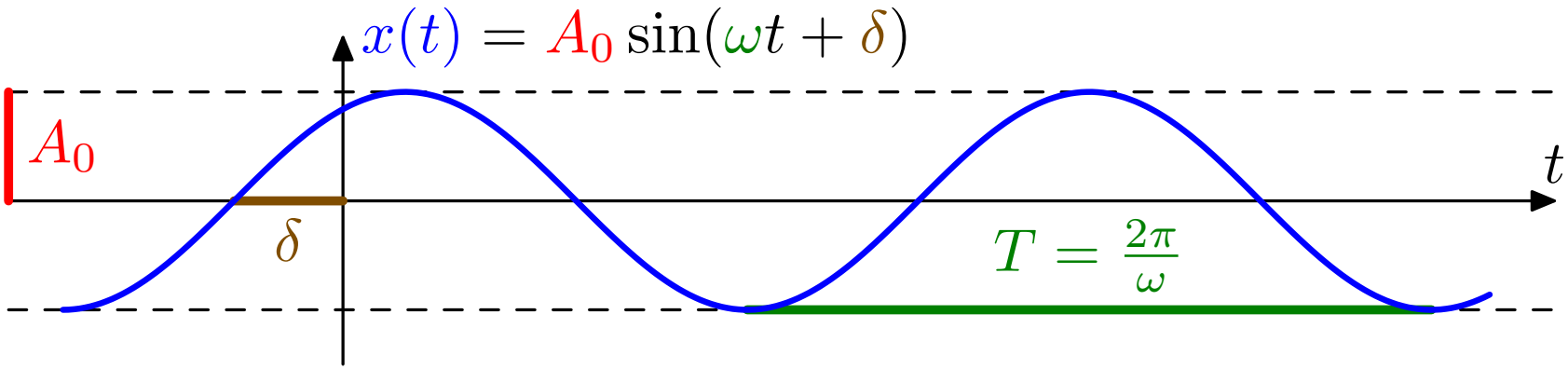
Satz

Für eine **harmonische Schwingung** *hat die Bewegung gerade* **Sinus/Cosinus-Form**.

Kenngrößen der Schwingung

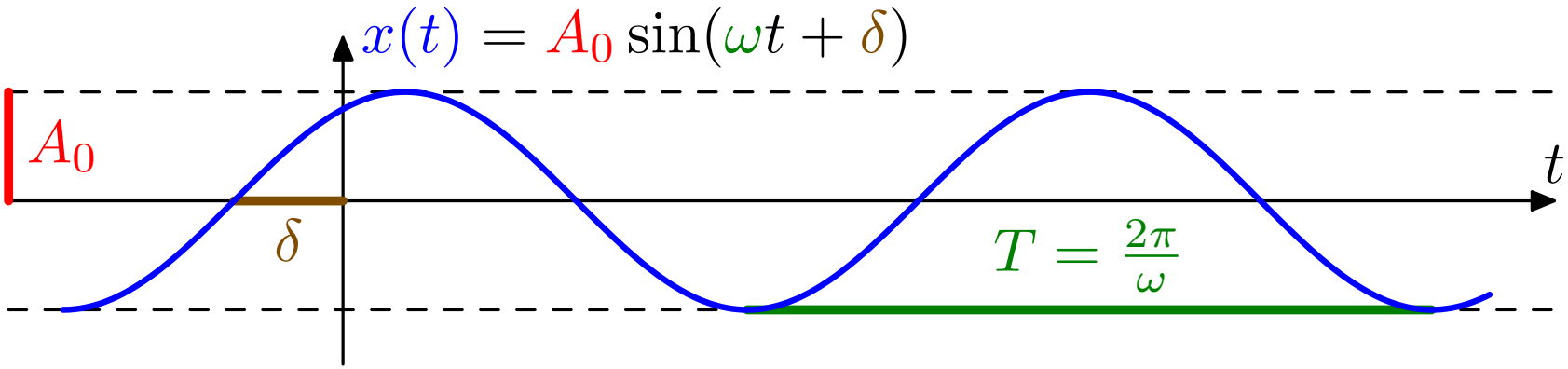


Kenngrößen der Schwingung



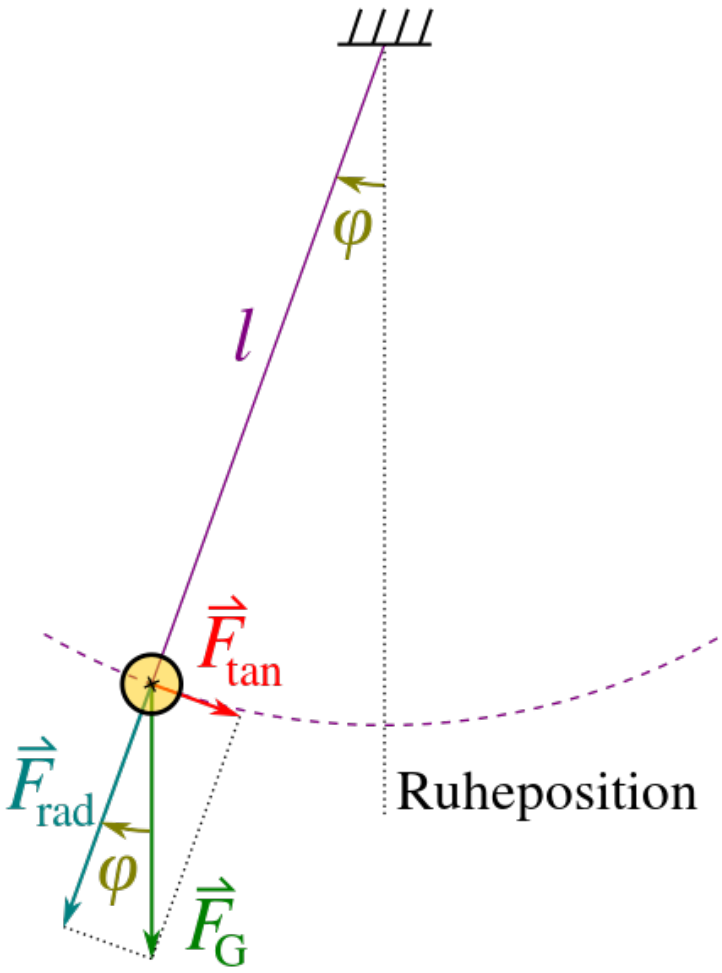
Elongation	Momentane Auslenkung $x(t)$
Amplitude	Maximale Auslenkung A_0
Frequenz	f, Perioden pro Zeiteinheit
Periode	Dauer $T = \frac{1}{f}$ einer Periode

Kenngrößen der Schwingung

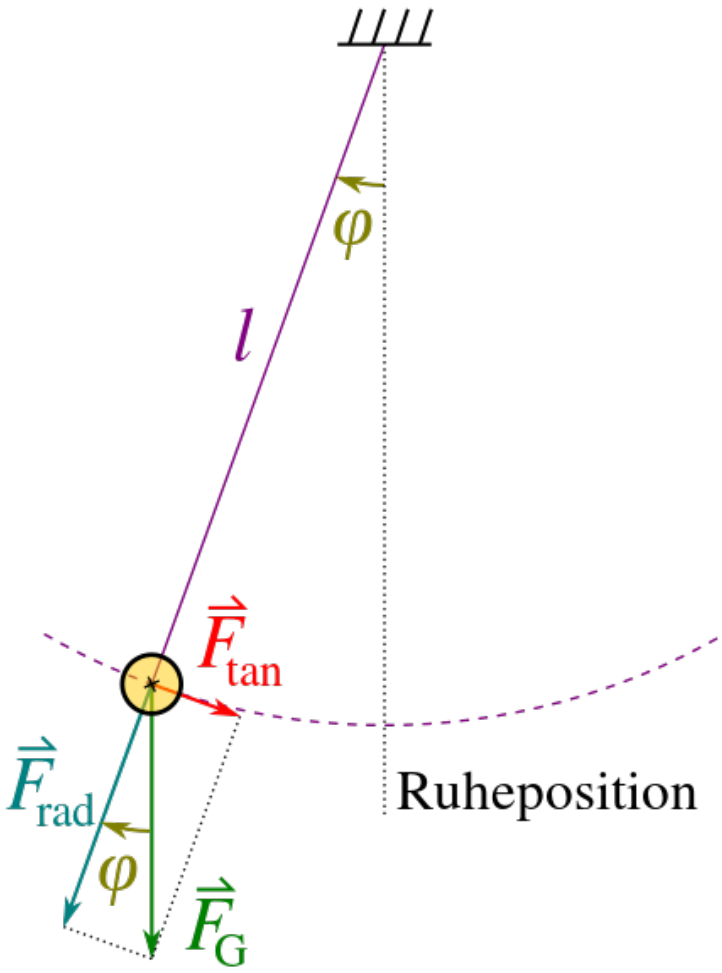


Elongation	Momentane Auslenkung $x(t)$
Amplitude	Maximale Auslenkung A_0
Frequenz	f, Perioden pro Zeiteinheit
Periode	Dauer $T = \frac{1}{f}$ einer Periode
Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f$
Phase	δ gibt "zeitliche Verschiebung" an

Fadenpendel



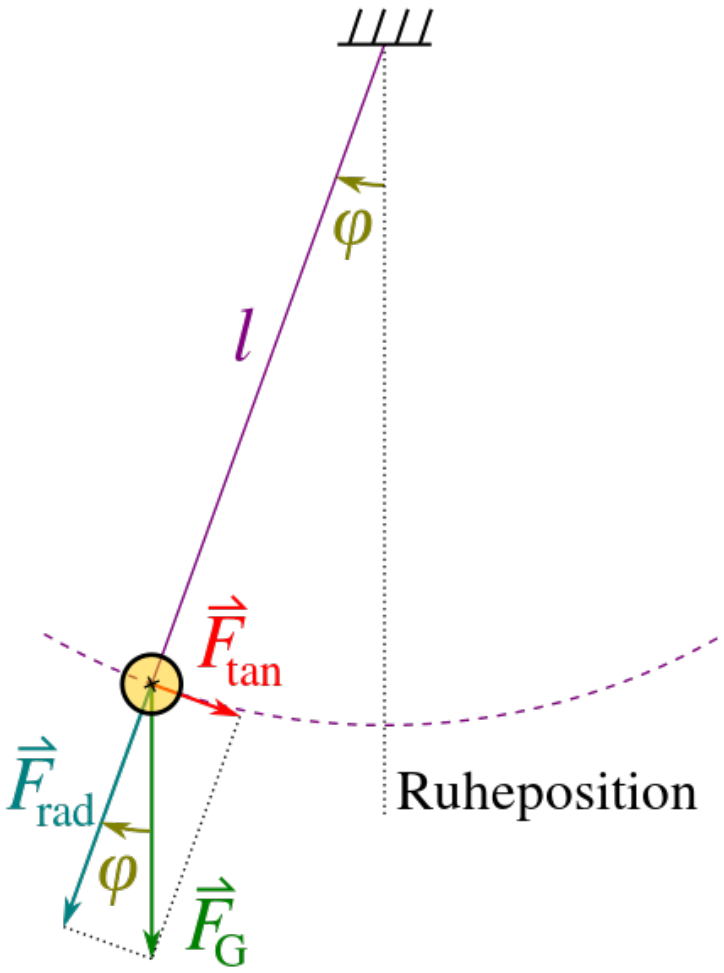
Fadenpendel



Bewegungsgleichung:

$$l\ddot{\phi}(t) = -g\sin(\phi(t))$$

Fadenpendel



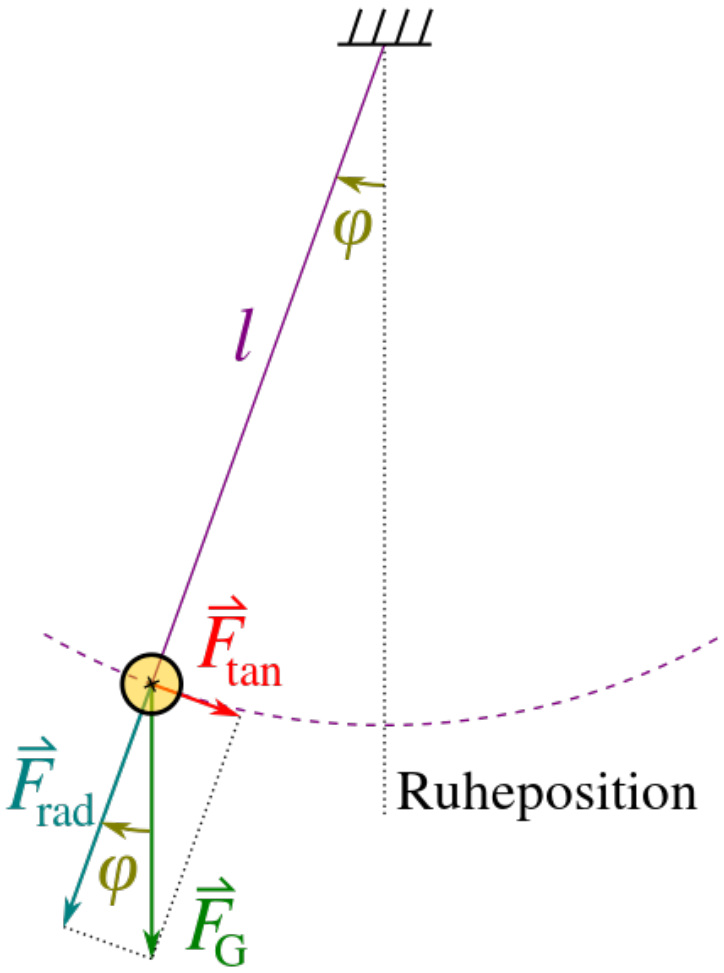
Bewegungsgleichung:

$$l\ddot{\phi}(t) = -g\sin(\phi(t))$$

Daher **in Näherung** harmonisch:

$$\ddot{\phi}(t) \approx -\frac{g}{l}\phi(t)$$

Fadenpendel



Bewegungsgleichung:

$$l\ddot{\phi}(t) = -g\sin(\phi(t))$$

Daher **in Näherung** harmonisch:

$$\ddot{\phi}(t) \approx -\frac{g}{l}\phi(t)$$

Achtung!

Im Gegensatz zum Federpendel hängt die Frequenz hier **nicht** von der Masse ab!

Gedämpfte Schwingung

Wenn die Schwingung z. B. durch Reibung gedämpft wird, klingt die Amplitude langsam exponentiell ab:

$$x(t) = \qquad \sin(\omega t + \delta)$$

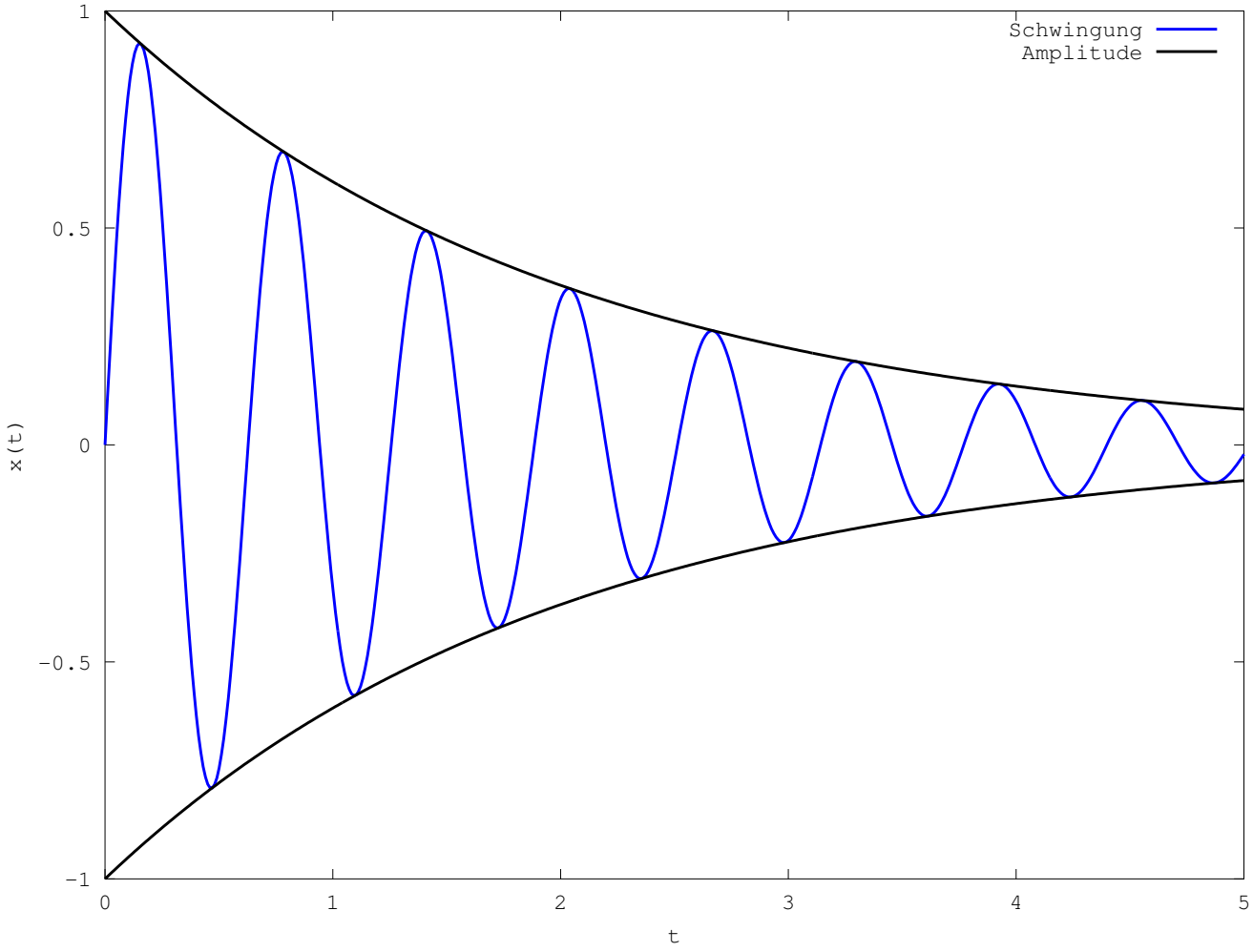
Gedämpfte Schwingung

Wenn die Schwingung z. B. durch Reibung gedämpft wird, klingt die Amplitude langsam exponentiell ab:

$$x(t) = e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \delta)$$

Gedämpfte Schwingung

$$x(t) = e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \delta)$$



Wellen

Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\qquad - \omega t + \delta \right)$$

Harmonische Welle

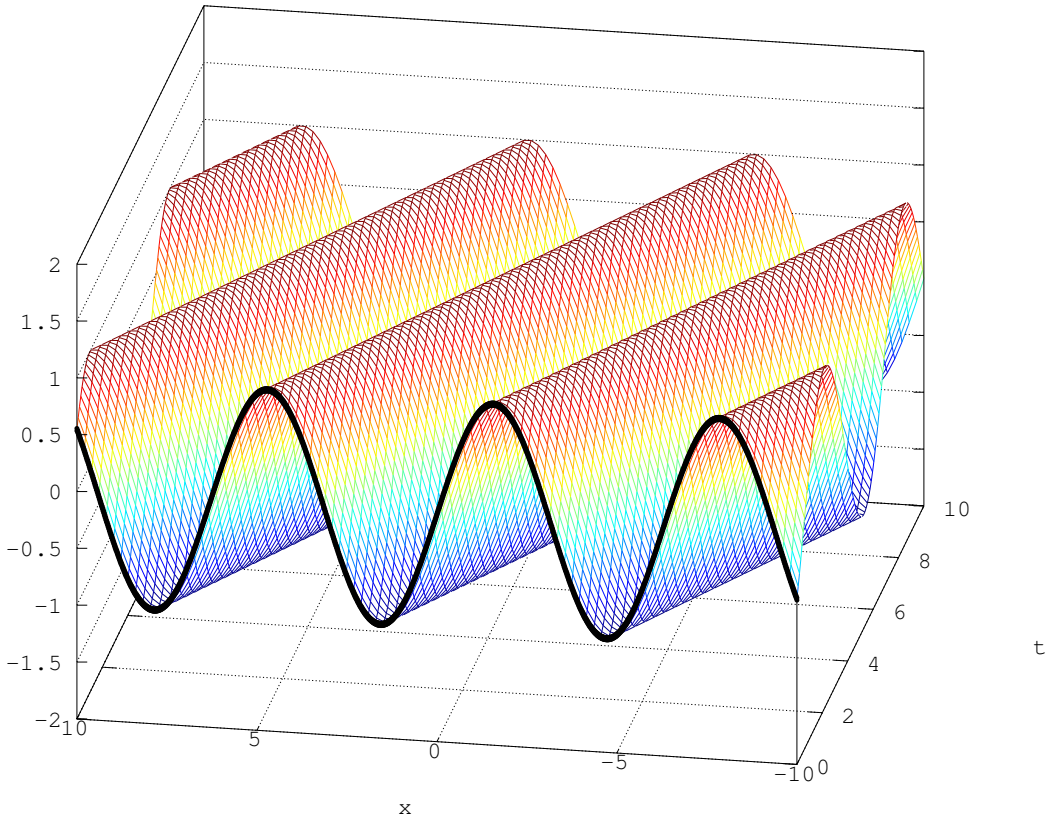
Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$

Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

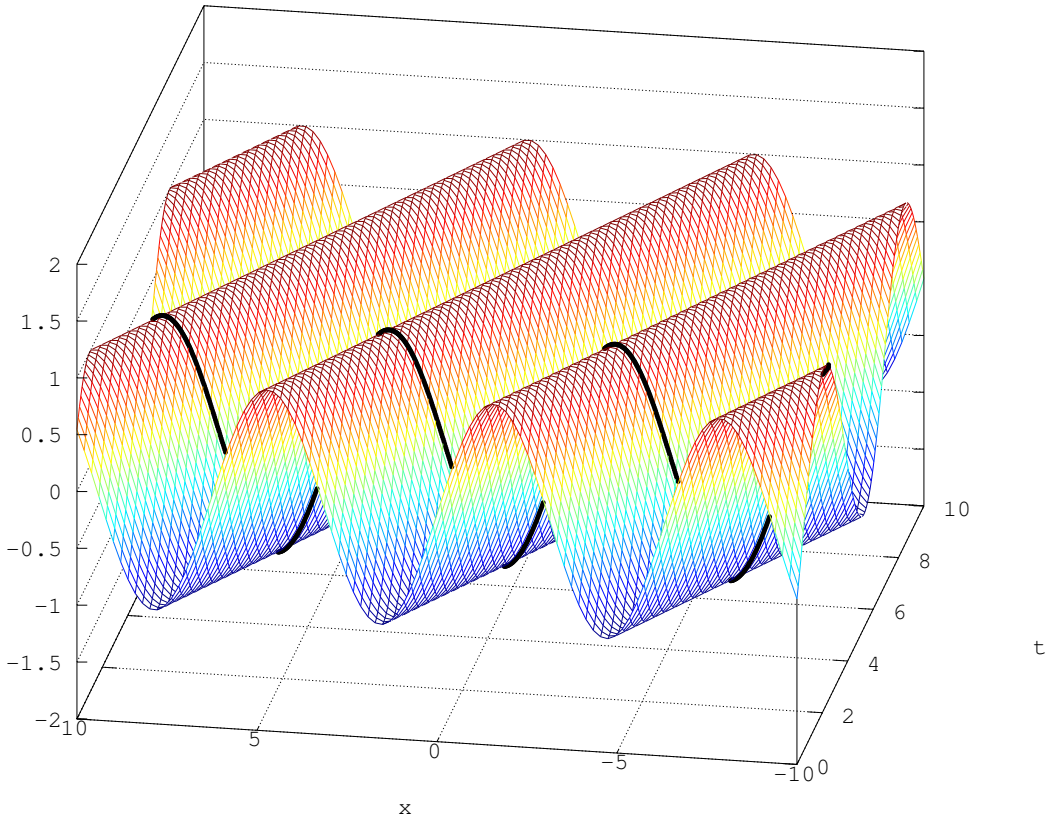
$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

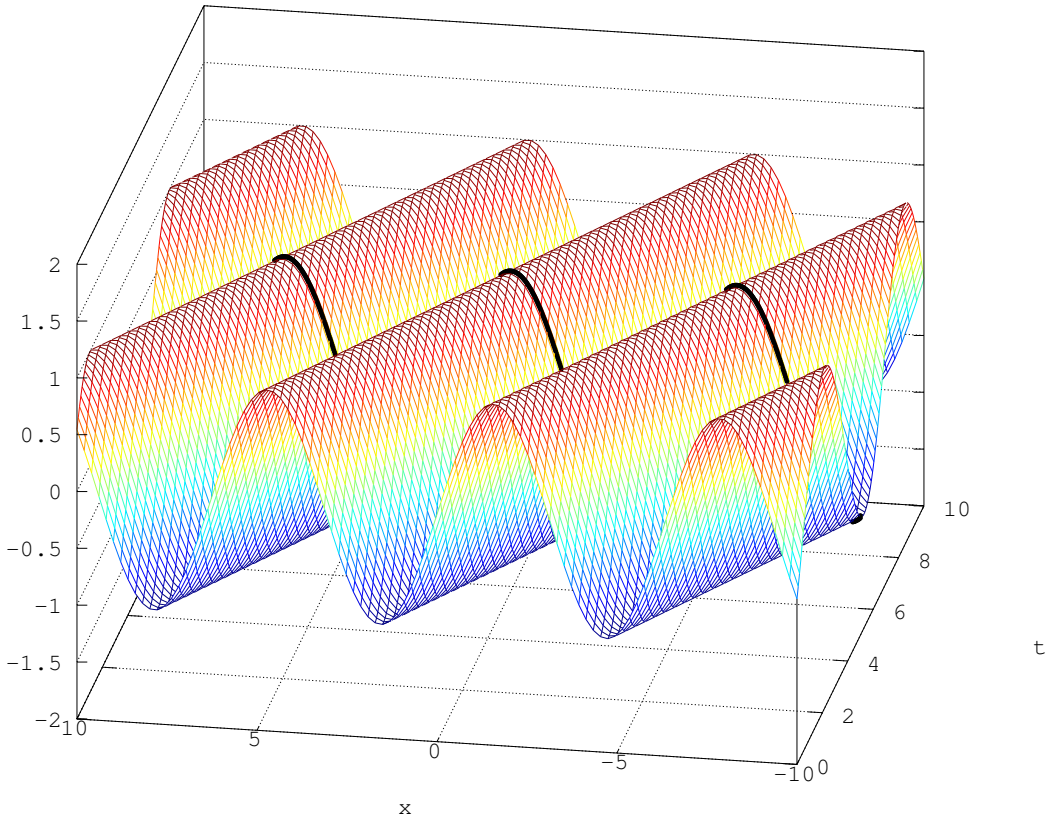
$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

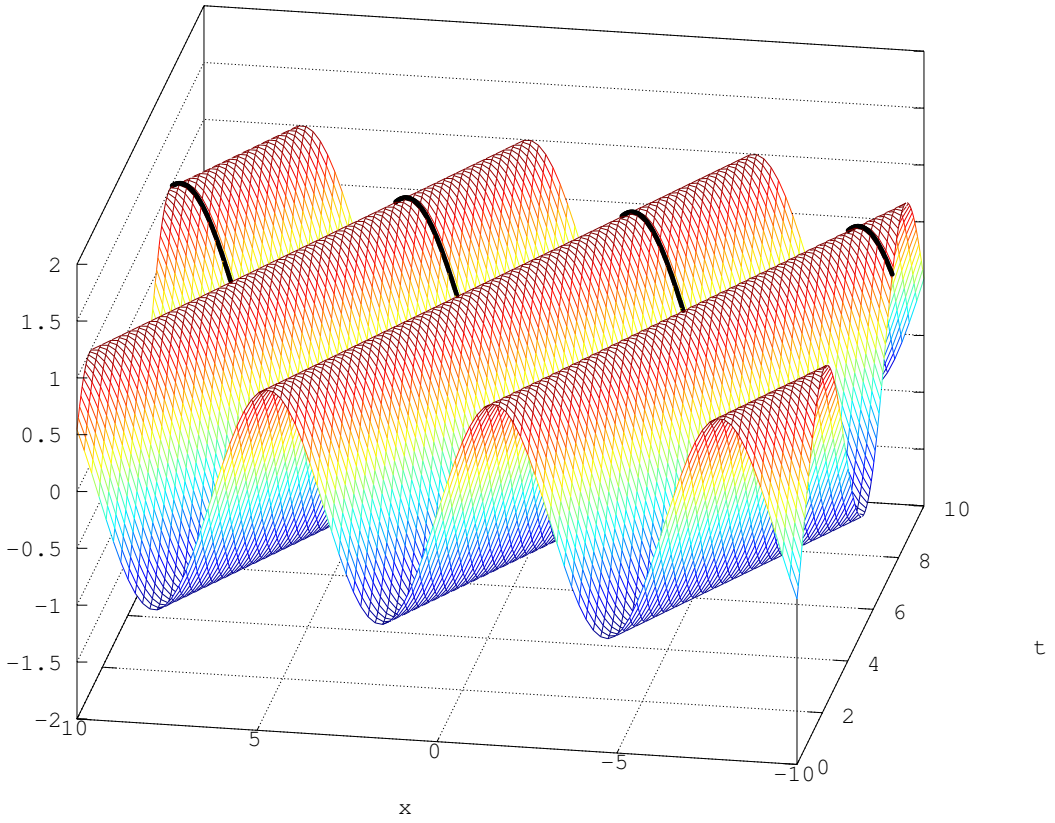
$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

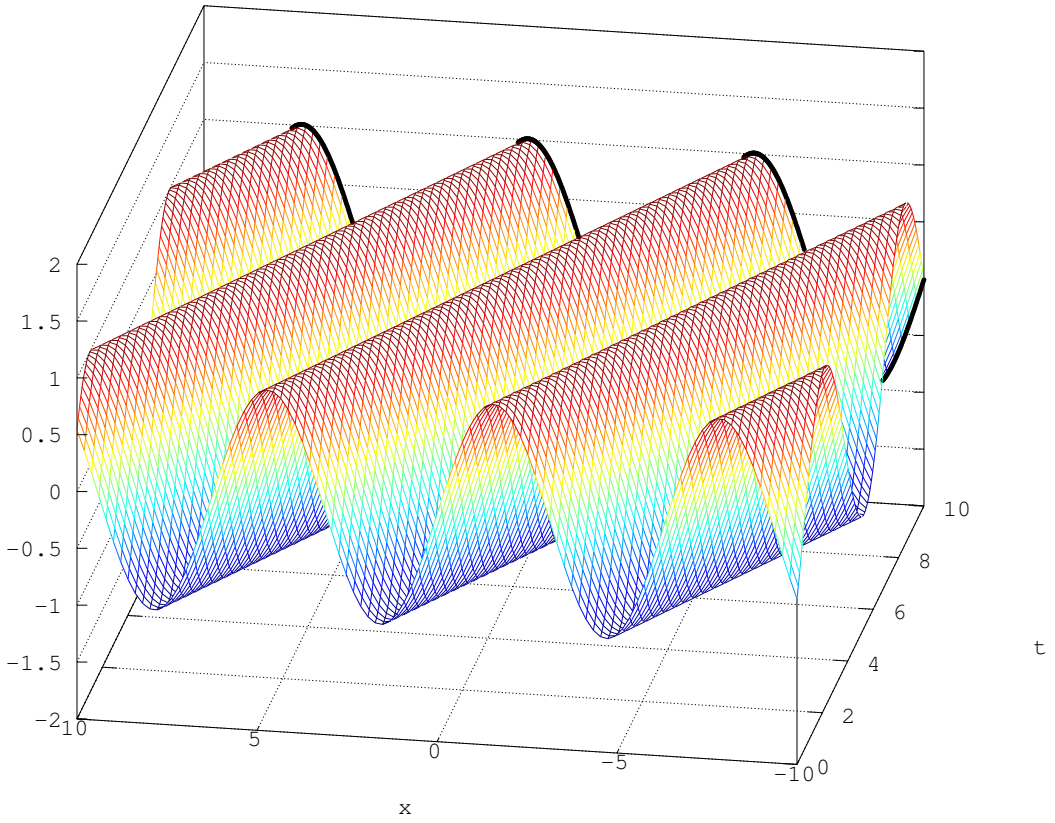
$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

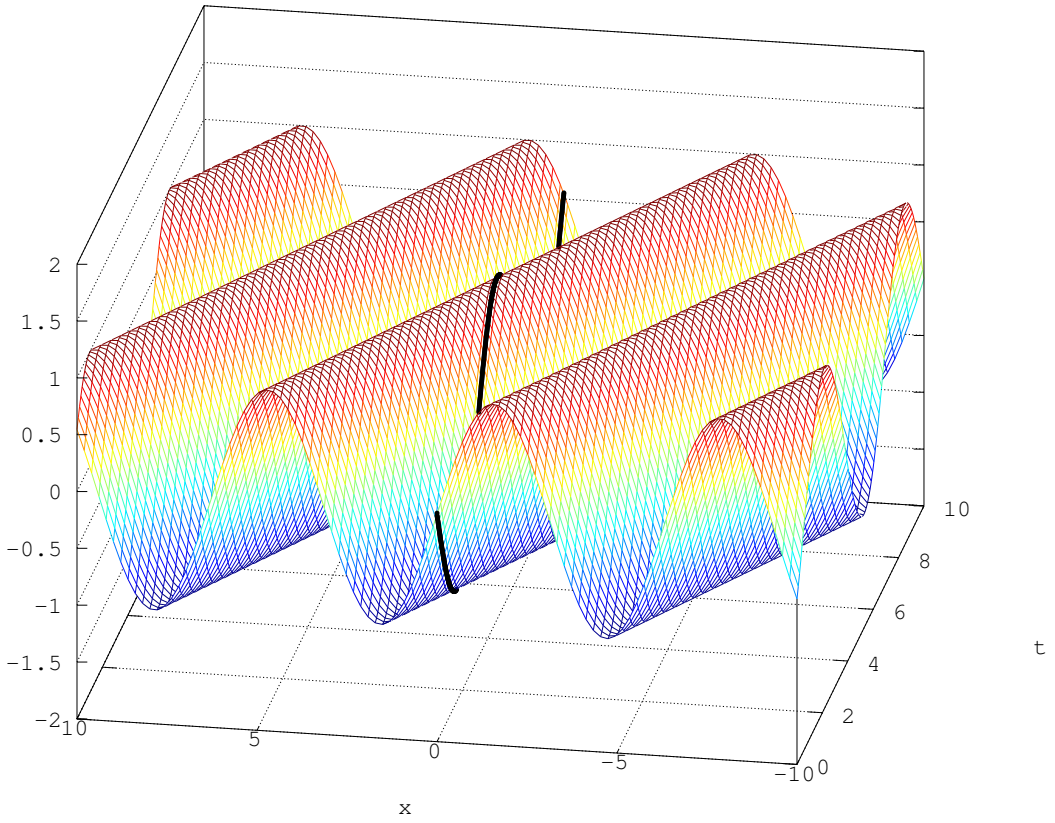
$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Harmonische Welle

Welle: Schwingung in **Raum und Zeit**:

$$u(\vec{x}, t) = A_0 \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t + \delta\right)$$



Neue Größen

Wellenvektor $\vec{k}$ zeigt in Bewegungsrichtung, **Wellenzahl** k entspricht "räumlicher Kreisfrequenz".

Wellenlänge Entspricht der Periode einer Schwingung, Länge im Raum von Wellenberg zu Wellenberg, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

Geschwindigkeit c ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Neue Größen

Wellenvektor $\vec{k}$ zeigt in Bewegungsrichtung, **Wellenzahl** k entspricht "räumlicher Kreisfrequenz".

Wellenlänge Entspricht der Periode einer Schwingung, Länge im Raum von Wellenberg zu Wellenberg, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

Geschwindigkeit c ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Es gilt der fundamentale Zusammenhang:

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

Neue Größen

Wellenvektor $\vec{k}$ zeigt in Bewegungsrichtung, **Wellenzahl** k entspricht "räumlicher Kreisfrequenz".

Wellenlänge Entspricht der Periode einer Schwingung, Länge im Raum von Wellenberg zu Wellenberg, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

Geschwindigkeit c ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle.

Es gilt der fundamentale Zusammenhang:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

Huygens'sches Prinzip

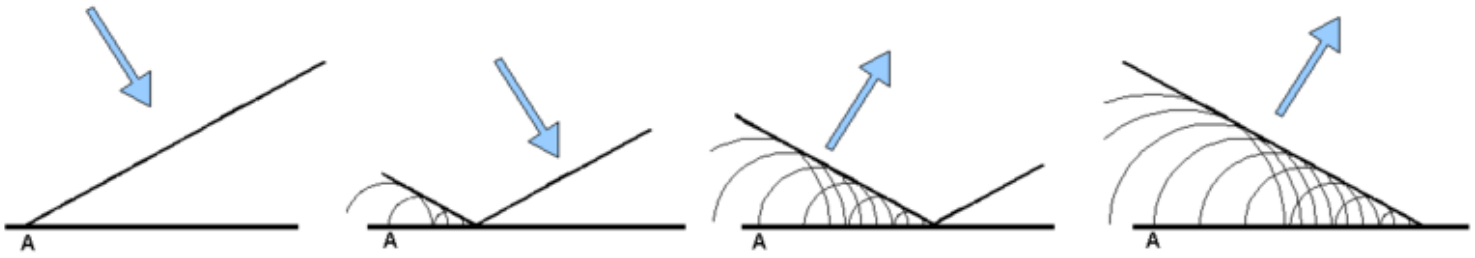
Jeder Punkt auf einer Wellenfront sendet kugelförmige **Elementarwellen** aus.

Huygens'sches Prinzip

Jeder Punkt auf einer Wellenfront sendet kugelförmige **Elementarwellen** aus. Die neue Wellenfront ergibt sich dann als **Einhüllende** dieser Kugelwellen.

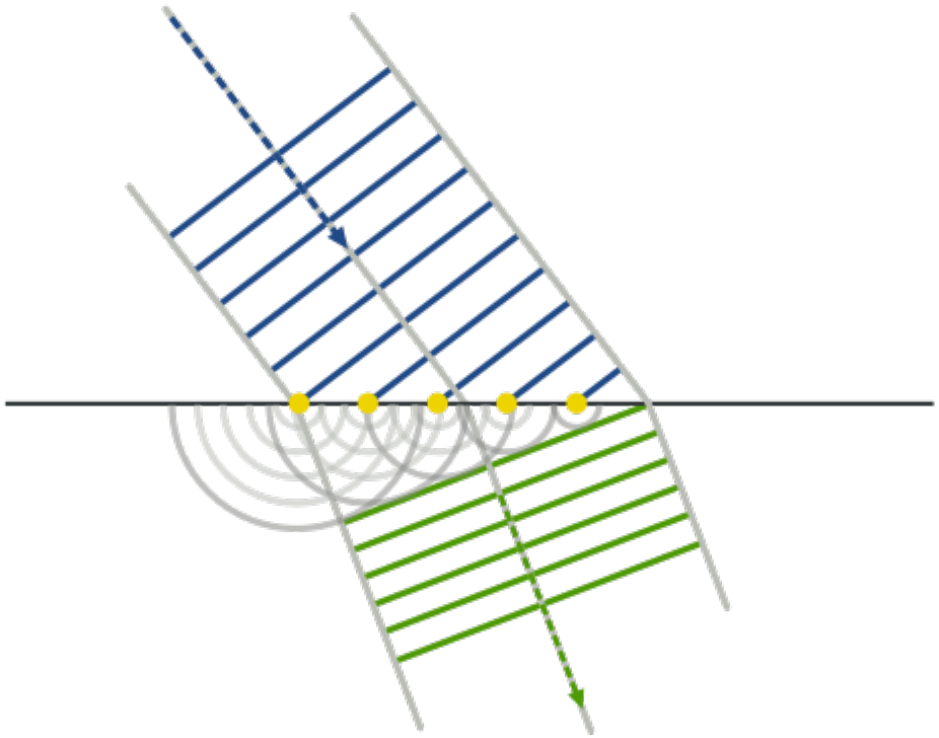
Huygens'sches Prinzip

Jeder Punkt auf einer Wellenfront sendet kugelförmige **Elementarwellen** aus. Die neue Wellenfront ergibt sich dann als **Einhüllende** dieser Kugelwellen.



Huygens'sches Prinzip

Jeder Punkt auf einer Wellenfront sendet kugelförmige **Elementarwellen** aus. Die neue Wellenfront ergibt sich dann als **Einhüllende** dieser Kugelwellen.

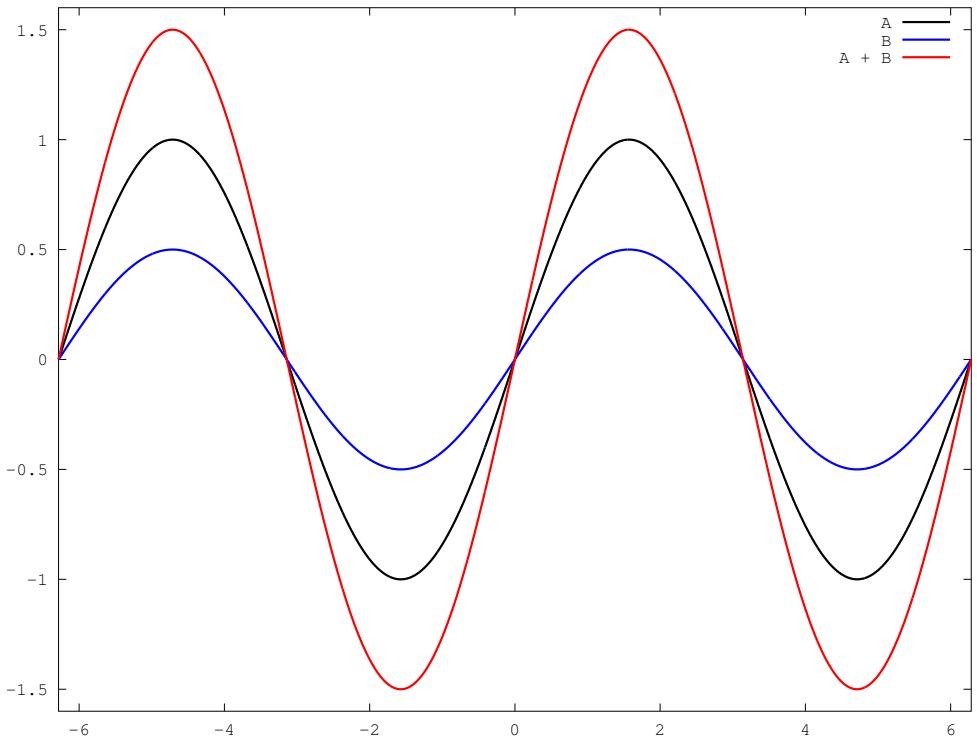


Weitere Stichworte

Interferenz

Interferenz

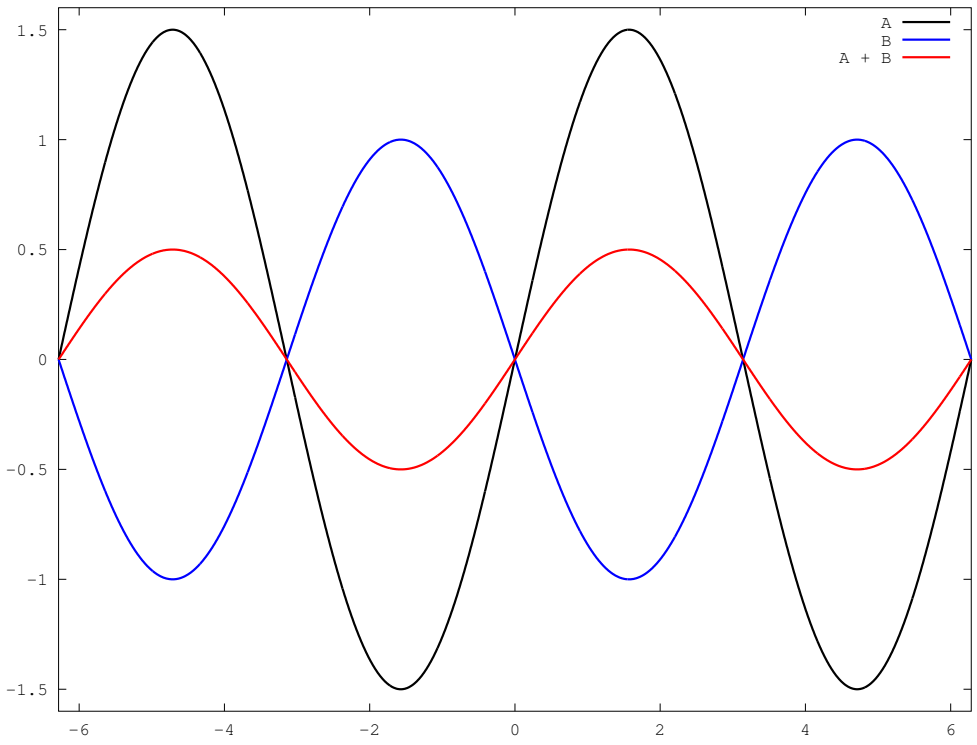
Positiv (Annähernd) gleiche Phase



Interferenz

Positiv (Annähernd) gleiche Phase

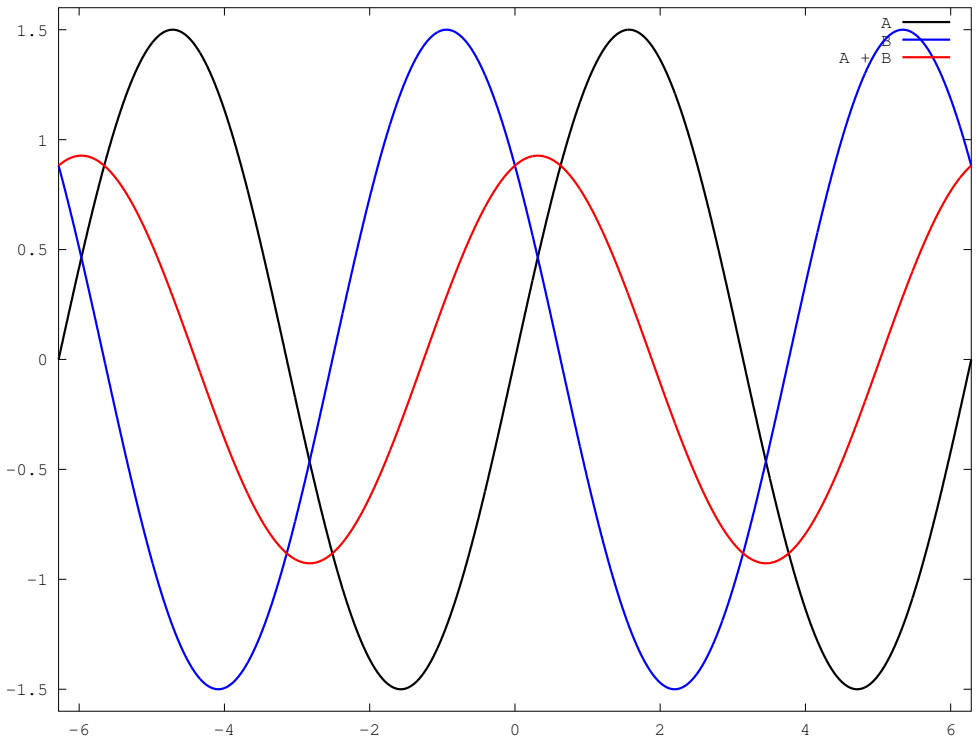
Negativ Phasenverschiebung $\approx \pi$



Interferenz

Positiv (Annähernd) gleiche Phase

Negativ Phasenverschiebung $\approx \pi$

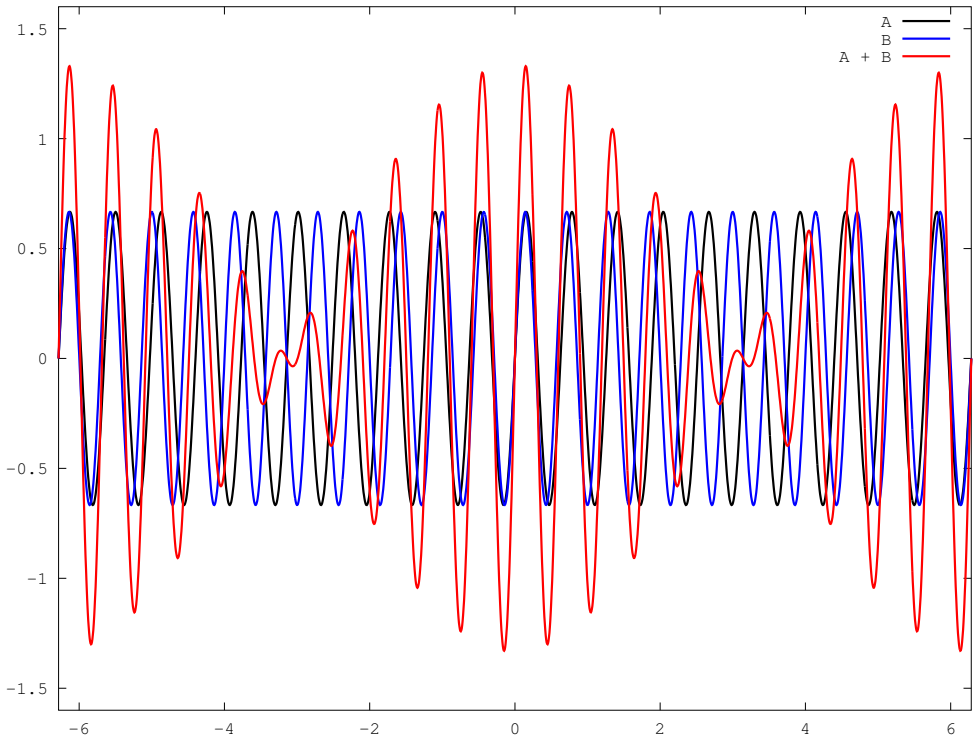


Interferenz

Positiv (Annähernd) gleiche Phase

Negativ Phasenverschiebung $\approx \pi$

Schwebung Leicht unterschiedliche Frequenz

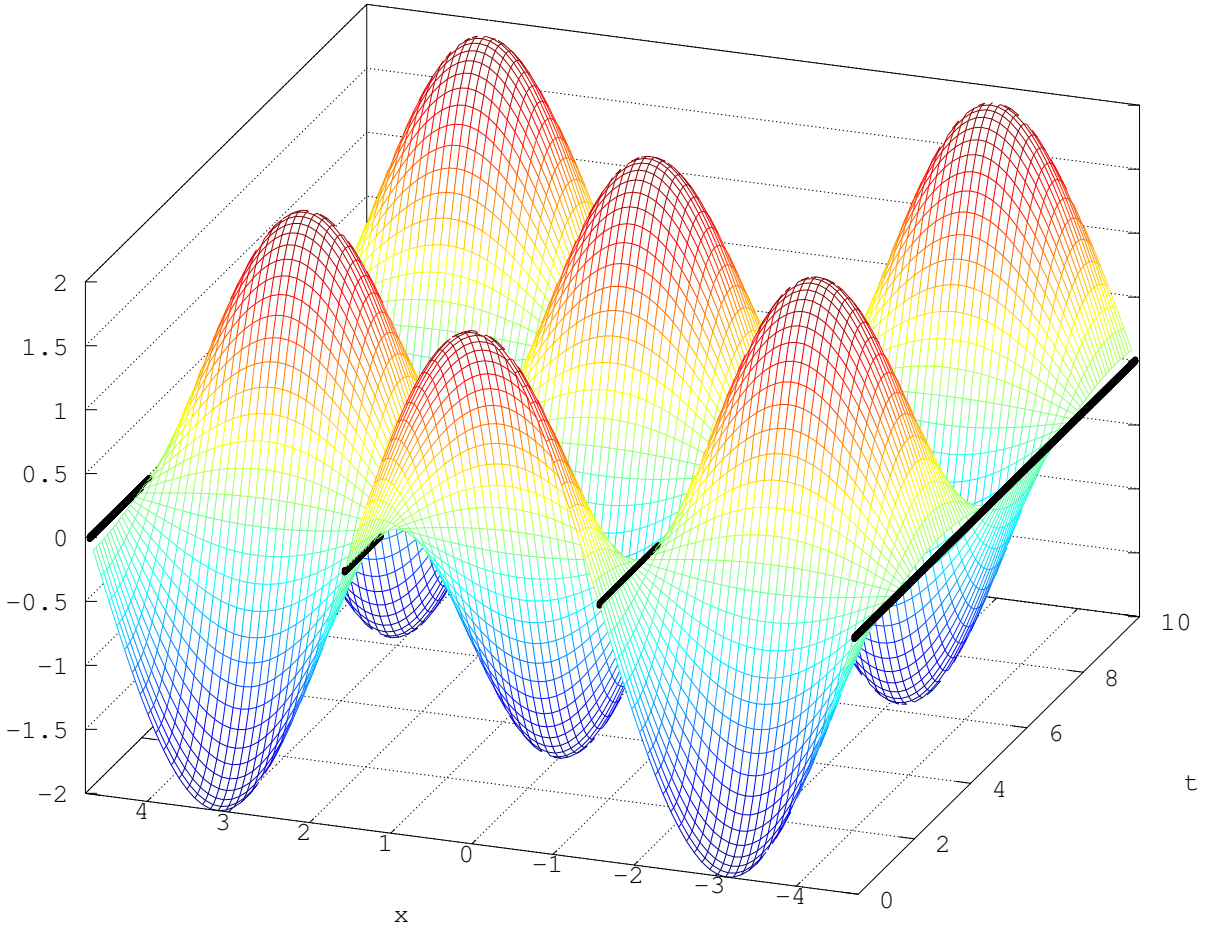


Stehende Welle

Überlagerung einer vorwärts- und einer rückwärtslaufenden Welle
$\rightarrow$ Knoten und "stehende" Wellenbäuche

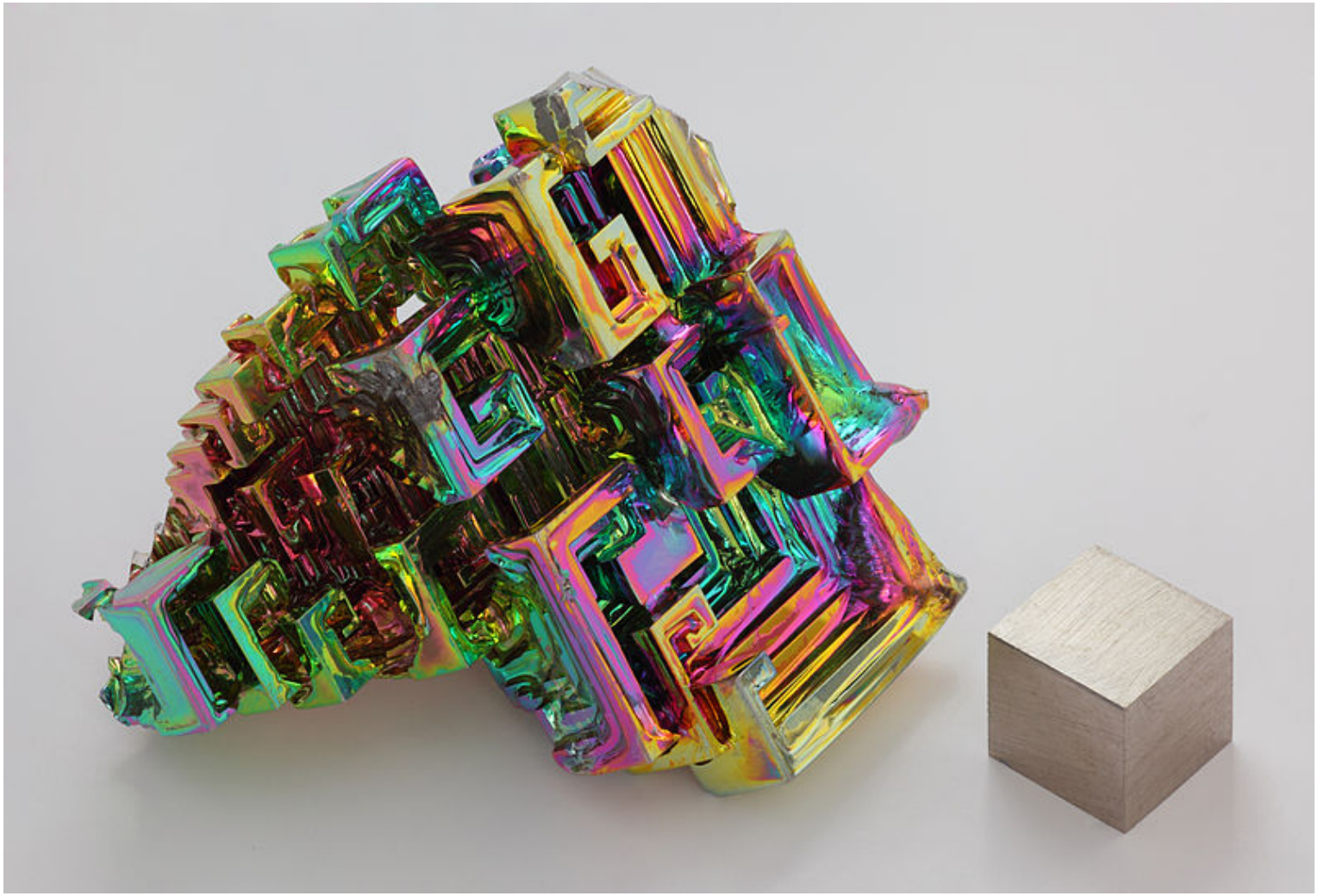
Stehende Welle

Überlagerung einer vorwärts- und einer rückwärtslaufenden Welle
→ Knoten und "stehende" Wellenbäuche



Interferenzfarben

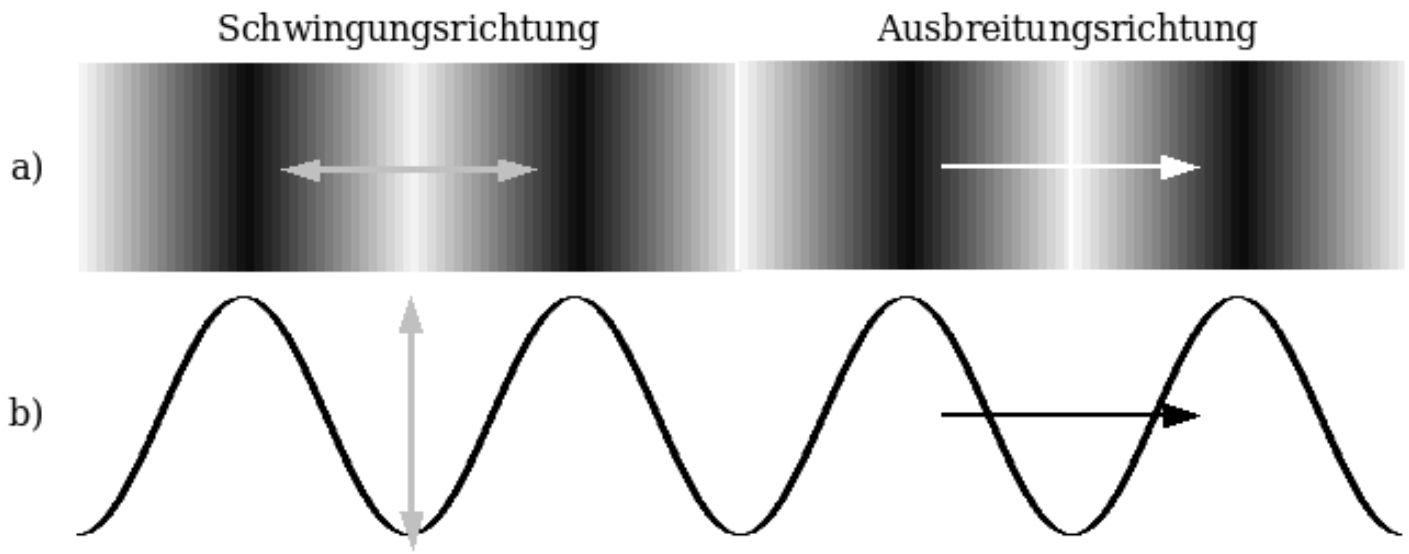
Interferenzfarben



Interferenzfarben

Transversal- und Longitudinalwellen

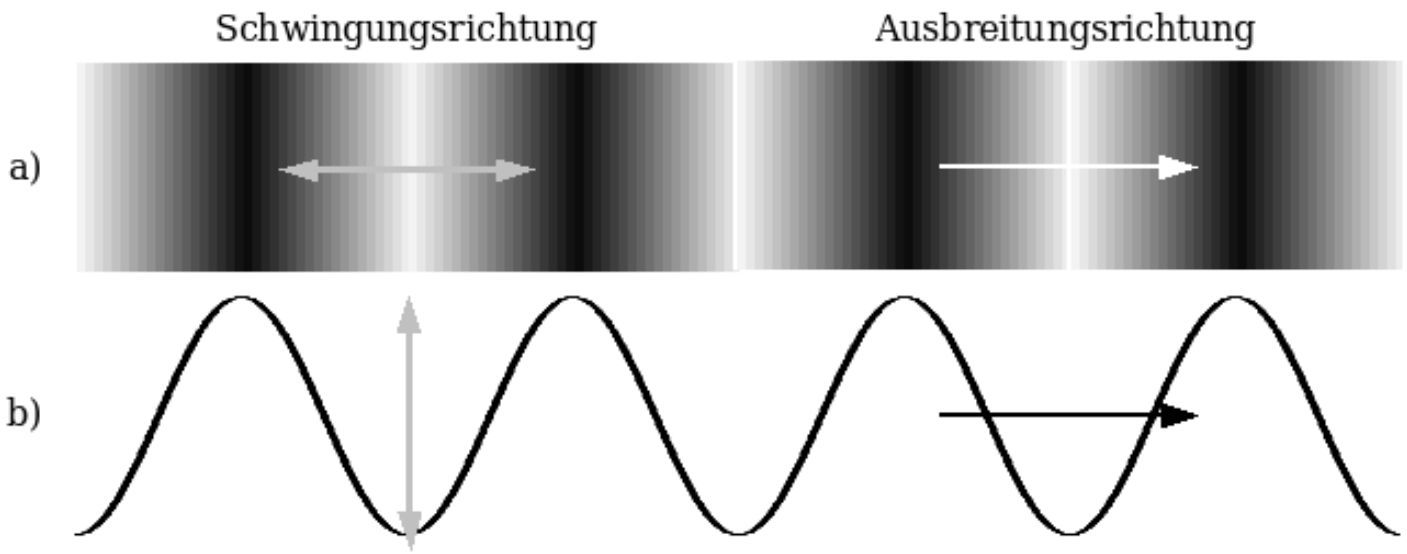
Longitudinal Schwingung **in** Ausbreitungsrichtung: Schall



Transversal- und Longitudinalwellen

Longitudinal Schwingung **in** Ausbreitungsrichtung: Schall

Transversal Schwingung **normal zur** Ausbreitungsrichtung: Schwerewellen, Licht



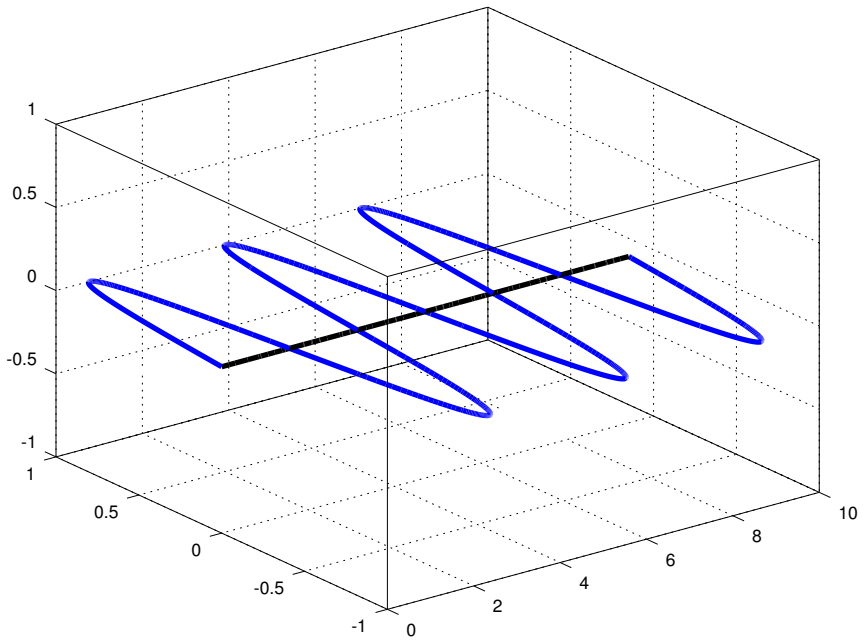
Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

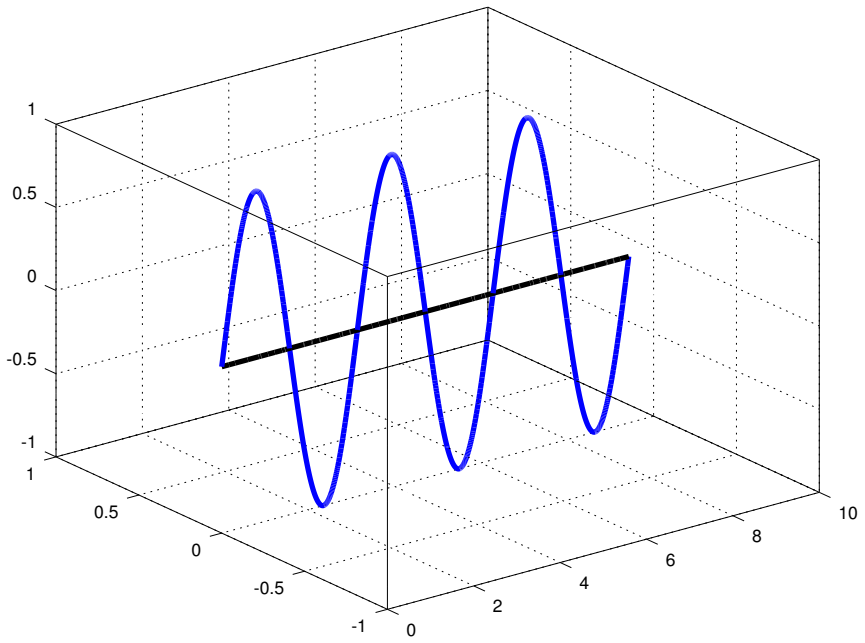
Linear Schwingung in einer bestimmten Ebene.



Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

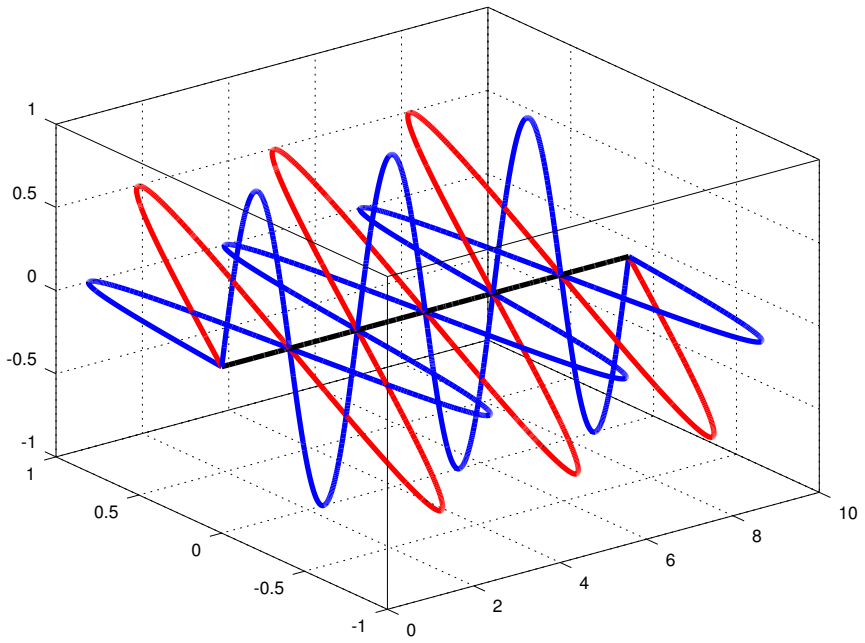
Linear Schwingung in einer bestimmten Ebene.



Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

Linear Schwingung in einer bestimmten Ebene.

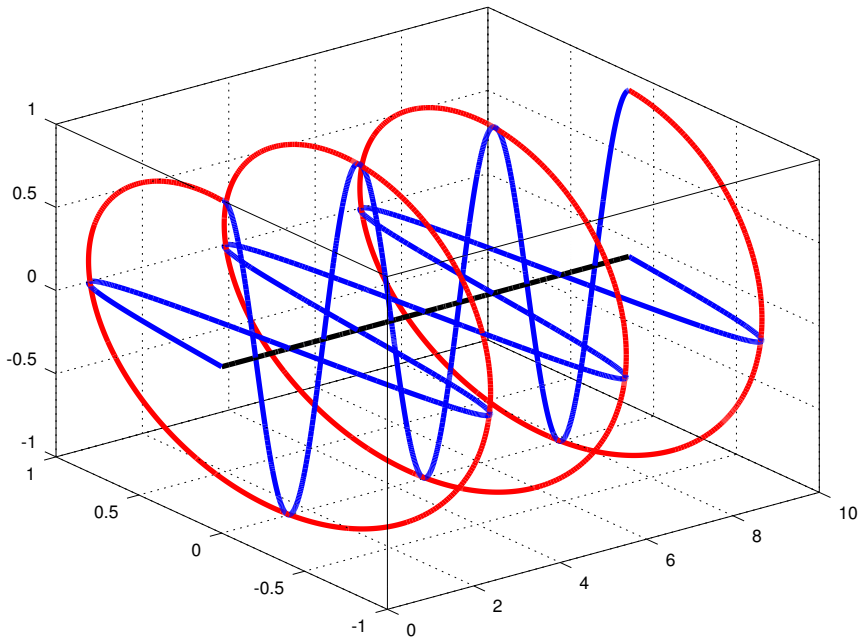


Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

Linear Schwingung in einer bestimmten Ebene.

Zirkular Schwingung "kreisförmig" — Überlagerung zweier linearer Wellen.



Polarisation

Bei Transversalwellen: Richtung der Schwingung als neuer Freiheitsgrad (bei mindestens drei Raumdimensionen).

- **Linear** Schwingung in einer bestimmten Ebene.
- **Zirkular** Schwingung "kreisförmig" — Überlagerung zweier linearer Wellen.
- **Elliptisch** Mischform aus beiden (Überlagerung unterschiedlich starker linearer Wellen).

Polarisation