Physik: Mechanik

Daniel Kraft

2. März 2013

Grundlagen

Zeit & Raum

Zeit $t \in \mathbb{R}$

Länge $x \in \mathbb{R}$ als Koordinate

Zeit & Raum

Zeit	$t \in \mathbb{R}$
Länge	$x \in \mathbb{R}$ als Koordinate
Raum	Eigentlich: $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ als Vektor!

Zeit & Raum

Zeit	$t \in \mathbb{R}$
Länge	$x \in \mathbb{R}$ als Koordinate
Raum	Eigentlich: $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ als Vektor!

Eine **Bewegung** wird dann durch eine **Kurve** $x(t)$ (oder $\vec{x}(t)$ im Raum) beschrieben.

$\rightarrow$ Position im Raum zu jedem Zeitpunkt t gegeben!

Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t}$$

Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{ds}{dt}$$

Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{ds}{dt}$$

Definition

Die (momentane) Geschwindigkeit ist die **Ableitung des Ortes nach der Zeit**:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \quad \text{oder} \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \dot{\vec{x}}(t)$$

Geschwindigkeit

Mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \frac{ds}{dt}$$

Definition

Die (momentane) Geschwindigkeit ist die **Ableitung des Ortes nach der Zeit**:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) \quad \text{oder} \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \dot{\vec{x}}(t)$$

Achtung!

Eine Geschwindigkeit $\vec{v}$ besteht aus **Betrag** und **Richtung**!

Beschleunigung

Definition

Die Beschleunigung ist analog die **Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit**:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) \quad \text{oder} \quad \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{x}}(t)$$

Also die **zweite Ableitung des Ortes** nach der Zeit.

Beschleunigung

Definition

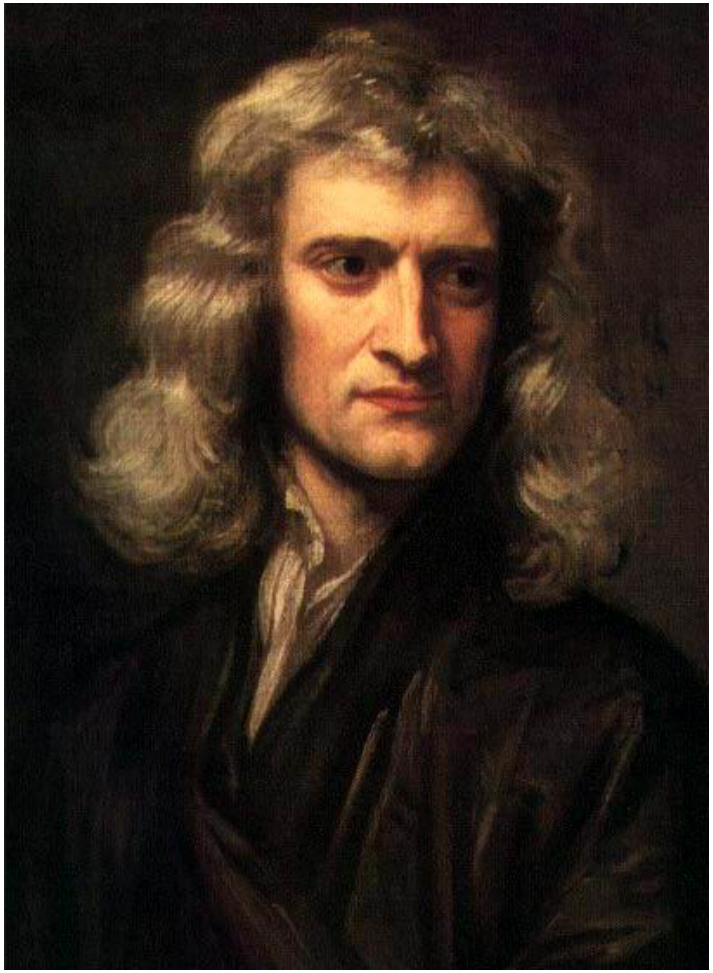
Die Beschleunigung ist analog die **Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit**:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) \quad \text{oder} \quad \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{x}}(t)$$

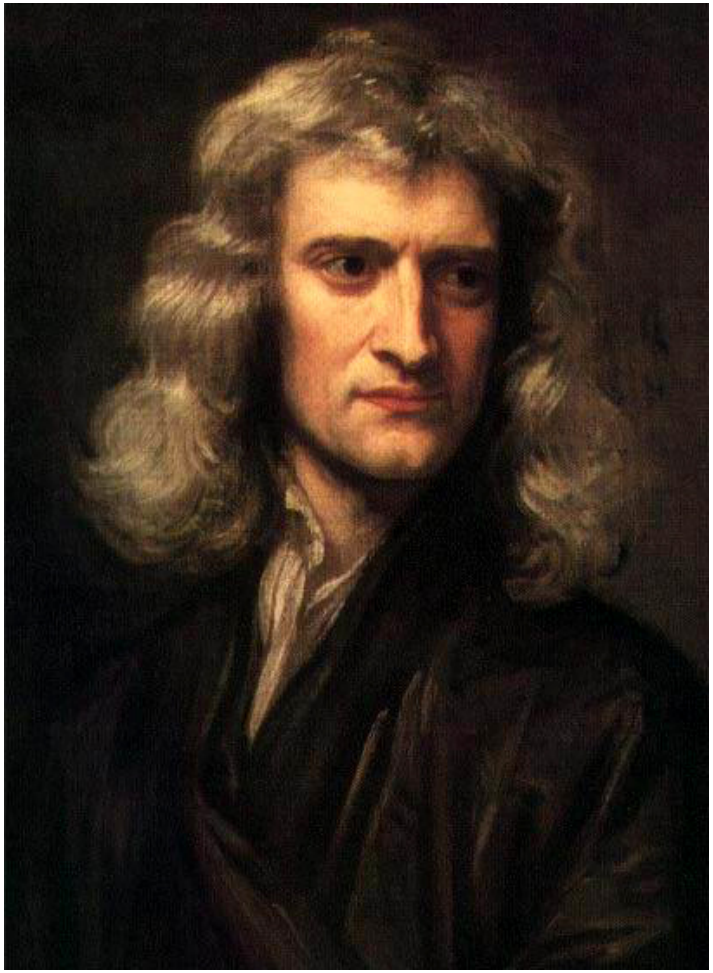
Also die **zweite Ableitung des Ortes** nach der Zeit.

Größe:	t	x	v	a
Dimension:	T	L	$\frac{L}{T}$	$\frac{L}{T^2}$
Einheit:	s	m	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Grundgesetze der Mechanik

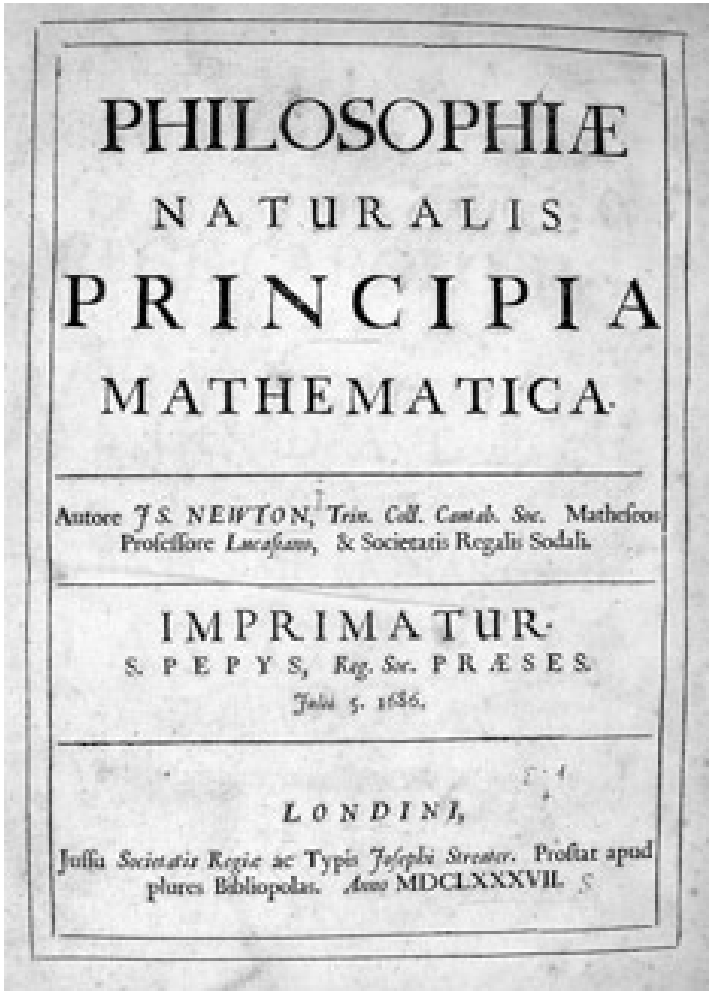


Grundgesetze der Mechanik



Isaac Newton (1642–1726)

Grundgesetze der Mechanik



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore J S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Isaac Newton (1642–1726)

"Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica"

- Erstausgabe 1687
- weitere 1713 und 1726

Newton'sche Axiome

Newton hat die Gesetze der Mechanik aus drei Grundannahmen ("Axiomen") abgeleitet:

Newton'sche Axiome

Newton hat die Gesetze der Mechanik aus drei Grundannahmen ("Axiomen") abgeleitet:

1. Trägheitsprinzip

Newton'sche Axiome

Newton hat die Gesetze der Mechanik aus drei Grundannahmen ("Axiomen") abgeleitet:

1. Trägheitsprinzip
2. Die Änderung der Bewegung eines Körpers ist proportional zur einwirkenden Kraft.

Newton'sche Axiome

Newton hat die Gesetze der Mechanik aus drei Grundannahmen ("Axiomen") abgeleitet:

1. Trägheitsprinzip
2. Die Änderung der Bewegung eines Körpers ist proportional zur einwirkenden Kraft.
3. Actio und Reactio

Kraft und Masse

Zum zweiten Axiom:

$$\vec{a} \sim \vec{F}$$

Kraft und Masse

Zum zweiten Axiom:

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$$

Kraft und Masse

Zum zweiten Axiom:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Kraft und Masse

Zum zweiten Axiom:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Wobei m **Masse** des Körpers genannt wird, und die Dimension der Kraft gegeben ist als:

$$[F] = [ma] = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}$$

Kraft und Masse

Zum zweiten Axiom:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Wobei m **Masse** des Körpers genannt wird, und die Dimension der Kraft gegeben ist als:

$$[F] = [ma] = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{N}$$

Achtung!

Das Newton ist eine **abgeleitete Größe** und **keine Grundgröße**, obwohl es einen "eigenen Namen" hat!

Arbeit & Energie

Der Impuls

Definition

Newton's **Größe der Bewegung** $\vec{p} = m\vec{v}$ heißt heute **Impuls**.

Der Impuls

Definition

Newton's **Größe der Bewegung** $\vec{p} = m\vec{v}$ heißt heute **Impuls**.

Damit gilt das zweite Axiom auch in der allgemeinen Form:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right)$$

Der Impuls

Definition

Newton's **Größe der Bewegung** $\vec{p} = m\vec{v}$ heißt heute **Impuls**.

Damit gilt das zweite Axiom auch in der allgemeinen Form:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = m\dot{\vec{v}}$$

Der Impuls

Definition

Newton's **Größe der Bewegung** $\vec{p} = m\vec{v}$ heißt heute **Impuls**.

Damit gilt das zweite Axiom auch in der allgemeinen Form:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = m\dot{\vec{v}}$$

Drittes Axiom: Impulserhaltung!

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$, wenn die Kraft genau in Bewegungsrichtung wirkt.

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$, wenn die Kraft genau in Bewegungsrichtung wirkt. Allgemein:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad [W] = \mathrm{N\ m} = \mathrm{J}$$

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$, wenn die Kraft genau in Bewegungsrichtung wirkt. Allgemein:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad [W] = \mathrm{N\ m} = \mathrm{J}$$

Energie: "Gespeicherte Arbeit" / "Fähigkeit, Arbeit zu verrichten"

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$, wenn die Kraft genau in Bewegungsrichtung wirkt. Allgemein:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad [W] = \mathrm{N\ m} = \mathrm{J}$$

Energie: "Gespeicherte Arbeit" / "Fähigkeit, Arbeit zu verrichten"

- Mechanische Energie (potentiell oder kinetisch)
- Wärme
- Elektrische und magnetische Felder
- Chemische Verbindungen
- Radioaktive Stoffe

Arbeit & Energie

Definition

Geleistete Arbeit: $W = Fs$, wenn die Kraft genau in Bewegungsrichtung wirkt. Allgemein:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad [W] = \mathrm{N\ m} = \mathrm{J}$$

Achtung!

Im Gegensatz zum Impuls sind Arbeit und Energie **Skalare** und **keine Vektoren** (haben keine Richtung)!

Kinetische Energie

Energie, die in der Bewegung (d. h. Geschwindigkeit) eines Körpers gespeichert ist.

Kinetische Energie

Energie, die in der Bewegung (d. h. Geschwindigkeit) eines Körpers gespeichert ist.

Wurde beim Beschleunigen aufgewendet:

Kinetische Energie

Energie, die in der Bewegung (d. h. Geschwindigkeit) eines Körpers gespeichert ist.

Wurde beim Beschleunigen aufgewendet:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= Fs = \int_0^T F\, ds(t) = \int_0^T Fv(t)\, dt = \int_0^T F \cdot at\, dt \\ &= \int_0^T \frac{F^2}{m} t\, dt = \left(\frac{F}{m}\right)^2 \frac{mt^2}{2} = \frac{m(at)^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \end{aligned}$$

Leistung

Definition

Die **Leistung** gibt an, **wie schnell** eine bestimmte Menge physikalischer Arbeit geleistet wird (oder werden kann). Sie ist entsprechend:

$$P = \frac{W}{t}, \quad [P] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$$

Leistung

Definition

Die **Leistung** gibt an, **wie schnell** eine bestimmte Menge physikalischer Arbeit geleistet wird (oder werden kann). Sie ist entsprechend:

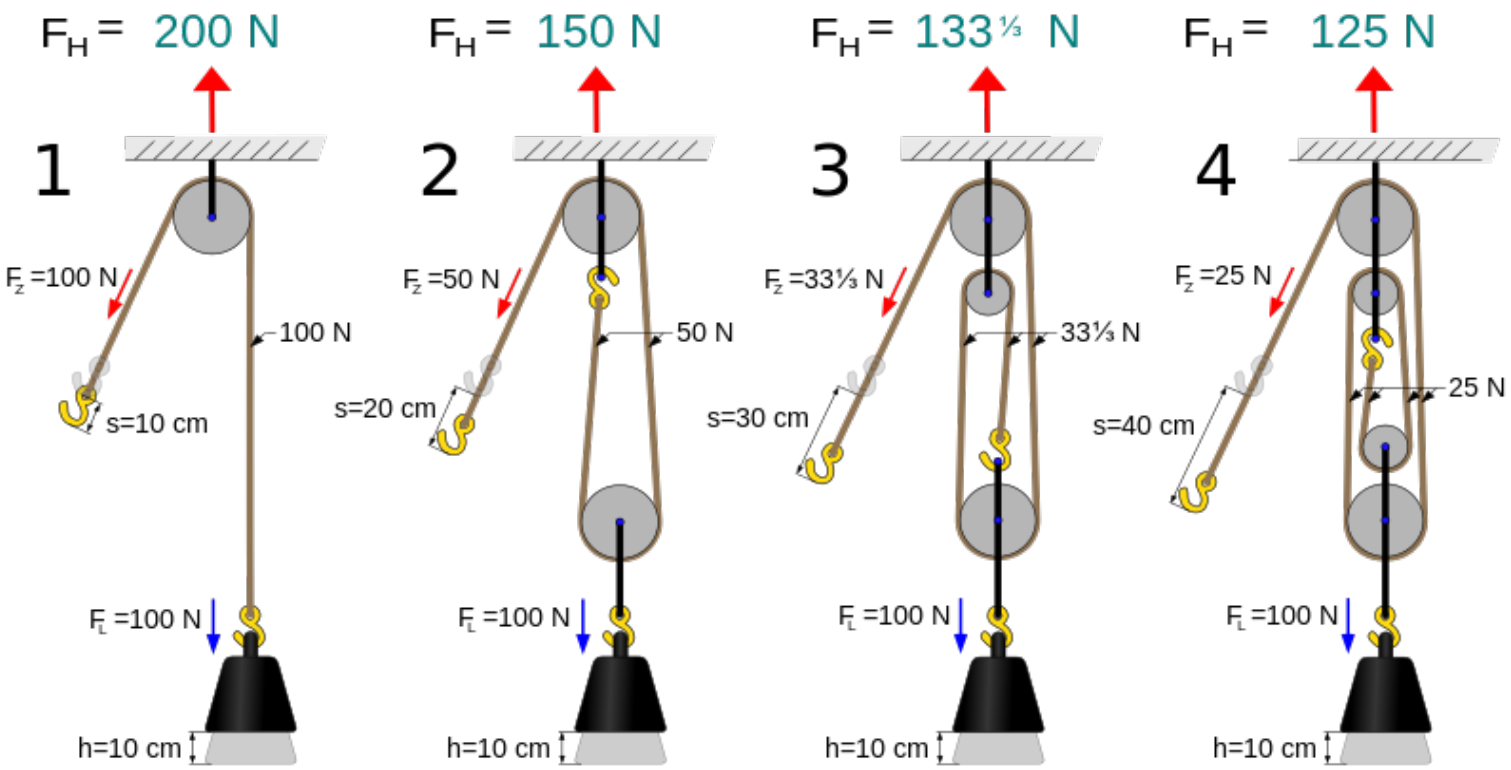
$$P = \frac{W}{t}, \quad [P] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}$$

Achtung!

Die Einheit "kWh" gibt eine **Arbeit** an, obwohl "Watt" im Namen vorkommt. Denn: $W = Pt$!

“Einfache Maschinen”

“Einfache Maschinen”



“Einfache Maschinen”

Translation & Rotation

Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Satz

Falls die Beschleunigung konstant ist ($\vec{a}(t) = \vec{a}$), ergibt sich die Bewegung zu:

$$\vec{x}(t) = \vec{x_0} + \vec{v_0}t + \frac{t^2}{2}\vec{a}$$

Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Satz

Falls die Beschleunigung konstant ist ($\vec{a}(t) = \vec{a}$), ergibt sich die Bewegung zu:

$$\vec{x}(t) = \vec{x_0} + \vec{v_0}t + \frac{t^2}{2}\vec{a}$$

Denn:

$$\vec{v}(t) = \vec{v_0} + \int_0^t \vec{a}\, dt = \vec{v_0} + \vec{a}\, t$$

Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Satz

Falls die Beschleunigung konstant ist ($\vec{a}(t) = \vec{a}$), ergibt sich die Bewegung zu:

$$\vec{x}(t) = \vec{x_0} + \vec{v_0}t + \frac{t^2}{2}\vec{a}$$

Denn:

$$\begin{aligned}
\vec{v}(t) &= \vec{v_0} + \int_0^t \vec{a}\ dt = \vec{v_0} + \vec{a}\,t \\
\vec{x}(t) &= \vec{x_0} + \int_0^t \vec{v}(t)\ dt = \vec{x_0} + \vec{v_0}t + \frac{t^2}{2}\vec{a}
\end{aligned}$$

Polarkoordinaten

"Gleichmäßige" Rotation in der Ebene:

$$\vec{x}(t) = r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix}$$

Polarkoordinaten

"Gleichmäßige" Rotation in der Ebene:

$$\vec{x}(t) = r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = r\begin{pmatrix}-\sin t\\ \cos t\end{pmatrix}, \ \vec{a}(t) = -r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix}$$

Polarkoordinaten

"Gleichmäßige" Rotation in der Ebene:

$$\vec{x}(t) = r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = r\begin{pmatrix}-\sin t\\ \cos t\end{pmatrix}, \ \vec{a}(t) = -r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ Kartesische Koordinaten $\vec{x}$ sind sehr unpraktisch, verwende stattdessen **Polarkoordinaten** (r, ϕ):

$$\vec{x} = r\begin{pmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\end{pmatrix}$$

Polarkoordinaten

"Gleichmäßige" Rotation in der Ebene:

$$\vec{x}(t) = r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{v}(t) = r\begin{pmatrix}-\sin t\\ \cos t\end{pmatrix}, \ \vec{a}(t) = -r\begin{pmatrix}\cos t\\ \sin t\end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ Kartesische Koordinaten $\vec{x}$ sind sehr unpraktisch, verwende stattdessen **Polarkoordinaten** (r, ϕ):

$$\vec{x} = r\begin{pmatrix}\cos\phi\\ \sin\phi\end{pmatrix}$$

Dann wird die Bewegung "einfach":

$$\begin{aligned} r(t) = r \quad &\Rightarrow \quad \dot{r}(t) = 0 \\ \phi(t) = t \quad &\Rightarrow \quad \dot{\phi}(t) = 1 \end{aligned}$$

Rotation & Translation

Translation		Rotation	
Position	$\vec{x}$	Winkel	ϕ
Geschw.	$\vec{v} = \dot{\vec{x}}$	W.geschw.	$\omega = \dot{\phi}$
Beschl.	$\vec{a} = \ddot{\vec{x}}$	W.beschl.	$\alpha = \ddot{\phi}$

Rotation & Translation

Translation		Rotation	
Position	$\vec{x}$	Winkel	ϕ
Geschw.	$\vec{v} = \dot{\vec{x}}$	W.geschw.	$\omega = \dot{\phi}$
Beschl.	$\vec{a} = \ddot{\vec{x}}$	W.beschl.	$\alpha = \ddot{\phi}$
Masse	m	Trägheitsmoment	$I \ (= mr^2)$
Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$
Kraft	$\vec{F}$	Drehmoment	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Rotation & Translation

Translation		Rotation	
Position	$\vec{x}$	Winkel	ϕ
Geschw.	$\vec{v} = \dot{\vec{x}}$	W.geschw.	$\omega = \dot{\phi}$
Beschl.	$\vec{a} = \ddot{\vec{x}}$	W.beschl.	$\alpha = \ddot{\phi}$
Masse	m	Trägheitsmoment	$I \ (= mr^2)$
Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$
Kraft	$\vec{F}$	Drehmoment	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
2. Axiom:	$\dot{\vec{p}} = \vec{F}$	Euler:	$\dot{\vec{L}} = \vec{M}$
Kin. Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2}$	Rotationsenergie	$E_{\text{rot}} = \frac{I\omega^2}{2}$

Erhaltungssätze

Impulserhaltung

Die Änderung des gesamten Impulses eines abgeschlossenen Systems ergibt sich mit dem zweiten Newton'schen Axiom:

$$\dot{\vec{P}} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{p_i} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}\vec{F_{ij}}$$

Impulserhaltung

Die Änderung des gesamten Impulses eines abgeschlossenen Systems ergibt sich mit dem zweiten Newton'schen Axiom:

$$\dot{\vec{P}} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{p_i} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}\vec{F_{ij}}$$

"Actio = Reactio": $\vec{F_{ij}} = -\vec{F_{ji}}$! Deshalb: $\dot{\vec{P}} = 0$

Impulserhaltung

Die Änderung des gesamten Impulses eines abgeschlossenen Systems ergibt sich mit dem zweiten Newton'schen Axiom:

$$\dot{\vec{P}} = \frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{p_i} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}\vec{F_{ij}}$$

"Actio = Reactio": $\vec{F_{ij}} = -\vec{F_{ji}}$! Deshalb: $\dot{\vec{P}} = 0$

Satz

In einem abgeschlossenen System bleibt der **Gesamtimpuls** *über alle Zeit erhalten (konstant).*

Symmetrien & Erhaltungssätze

In der Mechanik gibt es grundlegende **Symmetrien** der Raumzeit:

Räumliche Verschiebung
Zeitliche Verschiebung
Rotation im Raum

Symmetrien & Erhaltungssätze

In der Mechanik gibt es grundlegende **Symmetrien** der Raumzeit. Zu ihnen gehören **Erhaltungsgrößen**:

Räumliche Verschiebung	$\rightarrow$ **Impuls**
Zeitliche Verschiebung	$\rightarrow$ **Energie**
Rotation im Raum	$\rightarrow$ **Drehimpuls**

Zwei Beispiele

Energieerhaltung Ein Auto rollt mit Geschwindigkeit v den Berg hinauf. Wie weit kommt es?

Zwei Beispiele

Energieerhaltung Ein Auto rollt mit Geschwindigkeit v den Berg hinauf. Wie weit kommt es?

Elastischer Stoß Zwei Massen m_1 und m_2 mit Geschwindigkeiten v_1 und v_2 stoßen miteinander. Wie groß sind die neuen Geschwindigkeiten v_1' und v_2'?

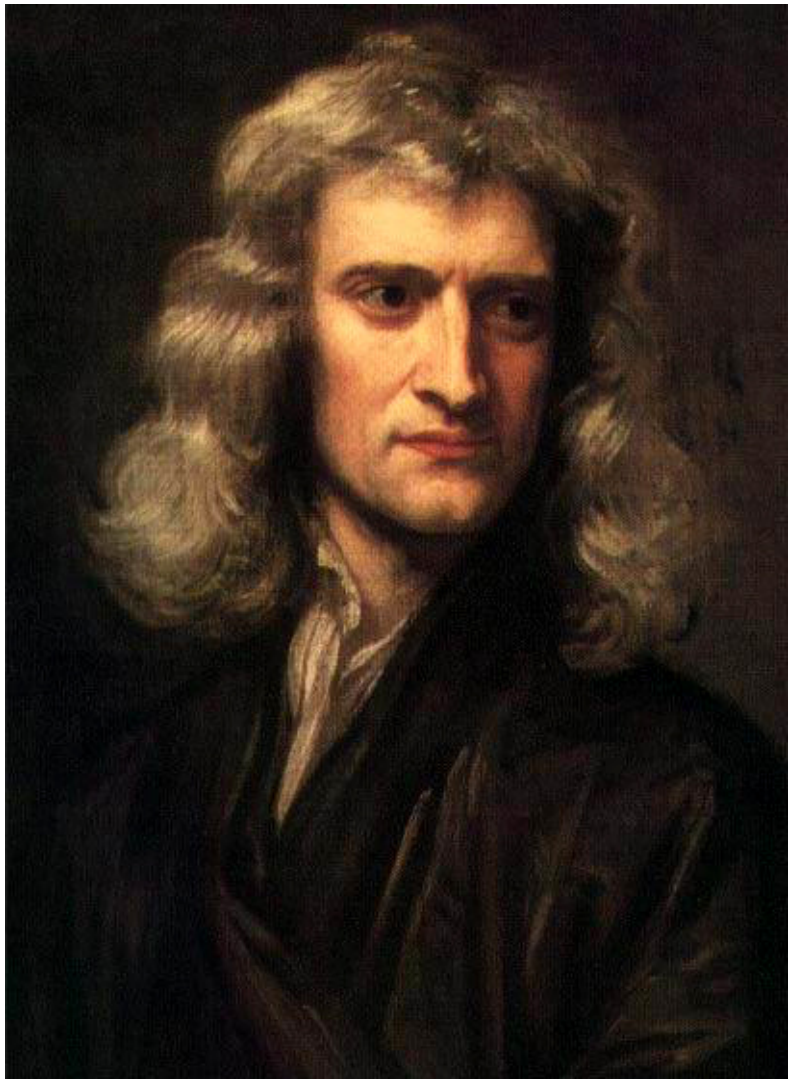
Zwei Beispiele

Energieerhaltung Ein Auto rollt mit Geschwindigkeit v den Berg hinauf. Wie weit kommt es?

Elastischer Stoß Zwei Massen m_1 und m_2 mit Geschwindigkeiten v_1 und v_2 stoßen miteinander. Wie groß sind die neuen Geschwindigkeiten v_1' und v_2'?
$\rightarrow$ Energie und Impuls sind vor und nach dem Stoß jeweils gleich groß!

Gravitation

Gravitationsgesetz



Gravitationsgesetz

Satz

Zwei Körper mit Massen m_1, m_2 und Abstand r ziehen sich gegenseitig mit folgender Gravitationskraft an:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Gravitationsgesetz

Satz

Zwei Körper mit Massen m_1, m_2 und Abstand r ziehen sich gegenseitig mit folgender Gravitationskraft an:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Für den freien Fall ergibt sich:

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{GM}{r^2}$$

Gravitationsgesetz

Satz

Zwei Körper mit Massen m_1, m_2 und Abstand r ziehen sich gegenseitig mit folgender Gravitationskraft an:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Für den freien Fall ergibt sich:

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{GM}{r^2} \approx \frac{GM}{R^2} = g$$

Gravitationspotential

Potentielle Energie im Gravitationsfeld: $E_g = \int F(r)\,dr$

Gravitationspotential

Potentielle Energie im Gravitationsfeld: $E_g = \int F(r)\, dr$

Erdoberfläche $E_g = \int_0^h mg\ dr = mgh$

Gravitationspotential

Potentielle Energie im Gravitationsfeld: $E_g = \int F(r)\,dr$

Erdoberfläche $E_g = \int_0^h mg\ dr = mgh$

Allgemein $\Phi_g = \int_\infty^r \frac{GM}{r^2}\ dr = -\frac{GM}{r}$ (**Gravitationspotential**)

Gravitationspotential

Potentielle Energie im Gravitationsfeld: $E_g = \int F(r)\,dr$

Erdoberfläche $E_g = \int_0^h mg\ dr = mgh$

Allgemein $\Phi_g = \int_\infty^r \frac{GM}{r^2}\ dr = -\frac{GM}{r}$ (**Gravitationspotential**)

$-m \cdot \Phi_g(r)$ gibt an, **wie viel Energie benötigt wird**, um einen Körper mit Masse m und Abstand r von der Erde **"unendlich weit weg" zu bewegen**.

Fluchtgeschwindigkeit

Um dem Gravitationsfeld der Erde zu entkommen, braucht man $-m \cdot \Phi_g(r)$ Energie.
Diese muss als **kinetische Energie** vorhanden sein:

$$\frac{GMm}{r} = \frac{mv^2}{2}$$

Fluchtgeschwindigkeit

Um dem Gravitationsfeld der Erde zu entkommen, braucht man $-m \cdot \Phi_g(r)$ Energie.
Diese muss als **kinetische Energie** vorhanden sein:

$$\frac{GMm}{r} = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Fluchtgeschwindigkeit

Um dem Gravitationsfeld der Erde zu entkommen, braucht man $-m \cdot \Phi_g(r)$ Energie.
Diese muss als **kinetische Energie** vorhanden sein:

$$\frac{GMm}{r} = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Mit realistischen Werten ergibt sich $v \approx 11,2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

Reibung

Das Reibungsgesetz

Für **Reibung** nimmt man allgemein an, dass die (maximale) **Reibungskraft proportional zur Normalkraft** ist:

$$F_r = \mu F_n$$

Die Konstante μ heißt **Reibungskoeffizient** und hängt von den entsprechenden Materialien und der Art der Reibung ab.

Das Reibungsgesetz

Für **Reibung** nimmt man allgemein an, dass die (maximale) **Reibungskraft proportional zur Normalkraft** ist:

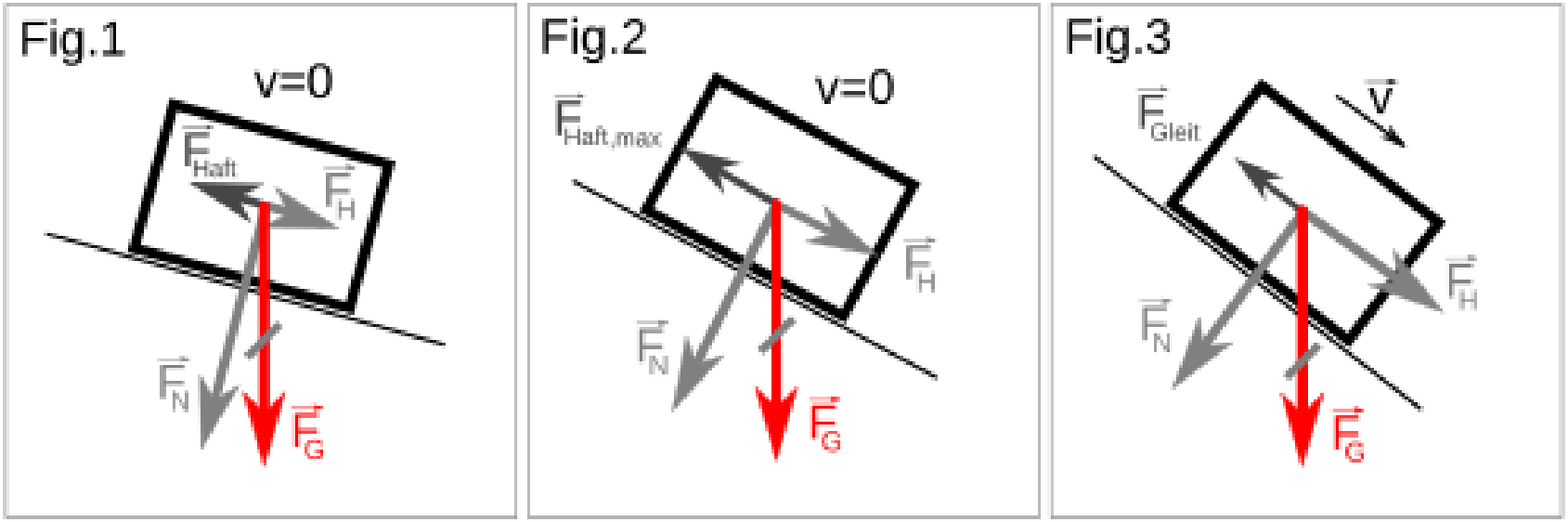
$$F_r = \mu F_n$$

Die Konstante μ heißt **Reibungskoeffizient** und hängt von den entsprechenden Materialien und der Art der Reibung ab.

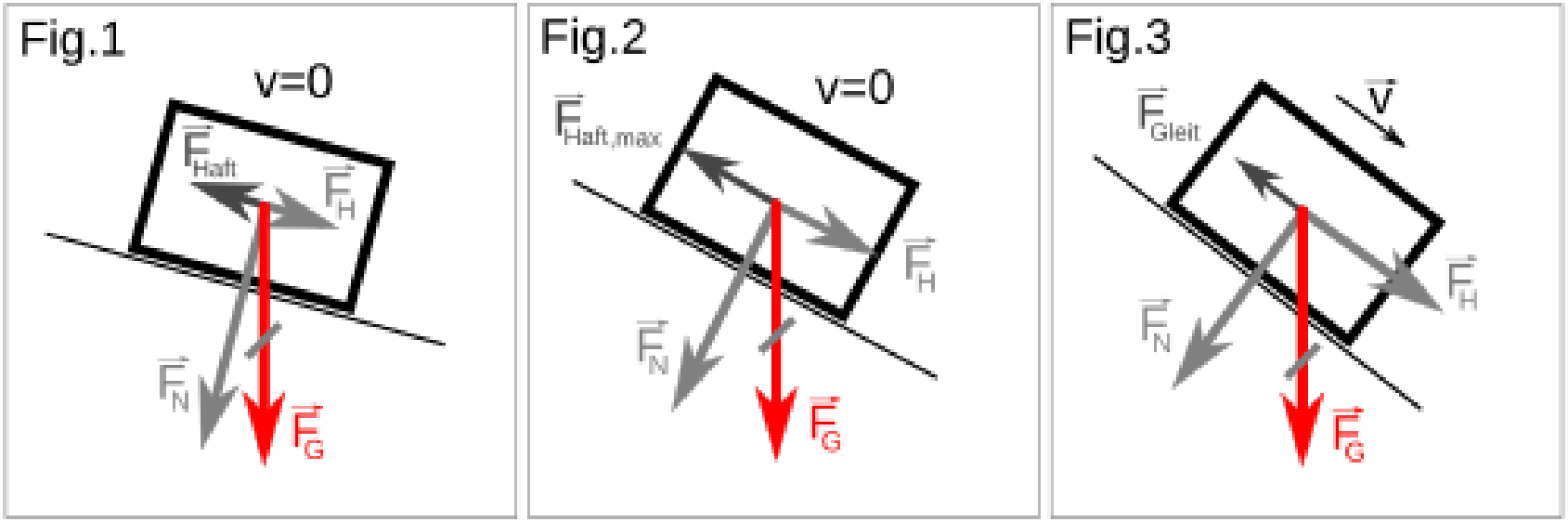
Zum Beispiel für Haftreibung:

Stahl auf Stahl	0,08–0,25
Gummi auf Asphalt	0,9–1,3
Holz auf Stein	0,70

Haft- und Gleitreibung



Haft- und Gleitreibung



Es gibt: $\mu_{\text{Haft}} > \mu_{\text{Gleit}}$

Rollreibung

Für rollende Kugeln (und dergleichen) kann man auch ein empirisches Gesetz der gleichen Form verwenden, wobei

$$\mu_{\text{Roll}} \ll \mu_{\text{Gleit}}.$$

Rollreibung

Für rollende Kugeln (und dergleichen) kann man auch ein empirisches Gesetz der gleichen Form verwenden, wobei

$$\mu_{\text{Roll}} \ll \mu_{\text{Gleit}}.$$

Luftwiderstand

Auch eine Art von Reibung ist der **Luftwiderstand**. Dabei gibt es im Wesentlichen zwei unterschiedliche Fälle:

Luftwiderstand

Auch eine Art von Reibung ist der **Luftwiderstand**. Dabei gibt es im Wesentlichen zwei unterschiedliche Fälle:

Laminare Strömung Proportional zur Geschwindigkeit:

$$F_W = 6\pi\eta \cdot rv$$

Luftwiderstand

Auch eine Art von Reibung ist der **Luftwiderstand**. Dabei gibt es im Wesentlichen zwei unterschiedliche Fälle:

Laminare Strömung Proportional zur Geschwindigkeit:

$$F_W = 6\pi\eta \cdot rv$$

Turbulenzen Proportional zu v^2:

$$F_W = c_W \cdot \frac{1}{2}\rho \cdot Av^2$$

Hydrodynamik

Dichte & Druck

Für die Behandlung von Flüssigkeiten brauchen wir noch zwei weitere wichtige Größen:

Dichte & Druck

Für die Behandlung von Flüssigkeiten brauchen wir noch zwei weitere wichtige Größen:

Dichte Masse pro Volumen: $\rho = \frac{m}{V}$, $[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Dichte & Druck

Für die Behandlung von Flüssigkeiten brauchen wir noch zwei weitere wichtige Größen:

Dichte Masse pro Volumen: $\rho = \frac{m}{V}$, $[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Druck Kraft pro Fläche: $p = \frac{F}{A}$, $[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$

Dichte & Druck

Für die Behandlung von Flüssigkeiten brauchen wir noch zwei weitere wichtige Größen:

Dichte Masse pro Volumen: $\rho = \frac{m}{V}$, $[\rho] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

Druck Kraft pro Fläche: $p = \frac{F}{A}$, $[p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}$

Weitere Druckeinheiten:

- Bar: $1\,\mathrm{bar} = 0,1\,\mathrm{MPa}$ bzw. $1\,\mathrm{mbar} = 1\,\mathrm{hPa}$
- Torr: $1\,\mathrm{mmHg} = 1,33\,\mathrm{hPa}$

Hydrostatischer Druck

Hydrostatischer Druck in der Flüssigkeit: Erzeugt in Tiefe h durch das Gewicht der darüberliegenden Menge

Hydrostatischer Druck

Hydrostatischer Druck in der Flüssigkeit: Erzeugt in Tiefe h durch das Gewicht der darüberliegenden Menge, also

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho h A g}{A} = \rho g h.$$

Hydrostatischer Druck

Hydrostatischer Druck in der Flüssigkeit: Erzeugt in Tiefe h durch das Gewicht der darüberliegenden Menge, also

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho h A g}{A} = \rho g h.$$

Achtung!

Der Druck hängt **nur** von der Dichte und Tiefe ab (und g), **nicht von der Form des Gefäßes**!

Hydrostatischer Druck

Hydrostatischer Druck in der Flüssigkeit: Erzeugt in Tiefe h durch das Gewicht der darüberliegenden Menge, also

$$p = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho h A g}{A} = \rho g h.$$

Achtung!

Der Druck hängt **nur** von der Dichte und Tiefe ab (und g), **nicht von der Form des Gefäßes**!
$\rightarrow$ "**Hydrostatisches Paradoxon**" (Blaise Pascal, 1648)

Auftrieb

Körper in der Flüssigkeit: Druck wirkt auf alle Flächen.
Seitliche Kräfte heben sich auf, aber die Kräfte auf Boden- bzw. Deckfläche sind nicht gleich:

Auftrieb

Körper in der Flüssigkeit: Druck wirkt auf alle Flächen.
Seitliche Kräfte heben sich auf, aber die Kräfte auf Boden- bzw. Deckfläche sind nicht gleich:

$$F_a = F_{\text{Boden}} - F_{\text{Deck}} = \rho g A \cdot (h_{\text{Boden}} - h_{\text{Deck}}) = \rho g A \cdot L = \rho g V$$

Auftrieb

Körper in der Flüssigkeit: Druck wirkt auf alle Flächen.
Seitliche Kräfte heben sich auf, aber die Kräfte auf Boden- bzw. Deckfläche sind nicht gleich:

$$F_a = F_{\text{Boden}} - F_{\text{Deck}} = \rho g A \cdot (h_{\text{Boden}} - h_{\text{Deck}}) = \rho g A \cdot L = \rho g V$$

Satz

Die **Auftriebskraft** *entspricht also dem* **Gewicht der verdrängten Flüssigkeit**.

Strömung nach Bernoulli / Venturi

Venturi-Effekt:
Je größer die Strömungsgeschwindigkeit ist, desto kleiner ist der Druck der Flüssigkeit.
→ "**Hydrodynamisches Paradoxon**"

Strömung nach Bernoulli / Venturi

Venturi-Effekt:
Je größer die Strömungsgeschwindigkeit ist, desto kleiner ist der Druck der Flüssigkeit.
→ "**Hydrodynamisches Paradoxon**"